F 1130/3

L: 040960

R 1989 MAP 14

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

MECANICĂ

TOMUL L, ANUL 1988

Comitetul de redacție

Redactor responsabil : Prof. dr. ing. *Voicu Tache*
Redactor responsabil adjunct : Prof. dr. docent *Traian Demian*
Secretar științific : Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*

Membrii : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente* ; Prof. dr. docent *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei R. S. România ; Prof. dr. ing. *Ioan Carabogdan* ; Prof. dr. docent *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea* ; Prof. dr. ing. *Julieta Florea* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. dr. ing. *Moise Ienciu* ; Prof. dr. ing. *Vlad Ionescu* ; Prof. dr. ing. *Adelaida Mateescu* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Murguleț* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca* ; Prof. dr. ing. *George Rulea* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Andrei Țugulea* ; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu* ; Academician *Radu Voinea*.

Editor : Institutul Politehnic București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through ROMPRESFILATELIA, Import export press, P.O. Box 12-201, Telex 10378. Calea Crivitei 62—64. Bucharest, ROMANIA

Sumar

W. Krause, D. Metzner
Tendințe de dezvoltare a transmisiilor cu curele dințate (l. germană) . . . . .

T. Demian, I. Stiharu
Model matematic al frecării în regim de ungere la limită și mixt la limită . . 11

E. Deciu, Al. Darabont, V. Ceaușu, N. Enescu, Filofteia Ceaușu, I. Iorga, N. Budău
Asupra utilizării arcurilor conice pentru izolarea fundațiilor de ciocane de forje 29

Gh. Iordache, Gh. Ene, T. Sima
Studiul pragului de curgere pentru pastele ceramice 35

T. Demian, A. Pascu, Dana Grecov
Lagăre cilindrice radiale autoportante, cu canale spirale, cu lubrifiant gazos 41

M. Munteanu
Caracteristicile elementelor elastice liniare triaxiale 47

R. Iatan, L. Nicolau
Evaluarea influenței racordării între virolele tronconice și cilindrice asupra stării de tensiuni 57

Gh. Popescu, S. Petrescu, V. Radcenco
Modelul matematic generalizat pentru analiza teoretică a mașinilor termice cu ciclu regenerativ de tip Stirling 65

N. Constantin
Asupra unei probleme de contact 75

Fl. P. Simion
Studiu privind cinematica rigidului 81

V. Stanciu
O metodă de calcul a caracteristicii universale a turbinei axiale polietajate monorotoare 85

C. D. Tacă, Mihaela Păunescu
Influența deformației circumferențiale a inelului flanșei plate asupra etanșeității 91

N. Tomiță, Cristina Beldica
Întreținerea preventivă a utilajelor dinamice pe baza măsurării și analizei în frecvență a vibrațiilor (l. engleză) 97

Summary

W. Krause, D. Metzner
Synchronous Belts — Development Trends 3

T. Demian, I. Stiharu
A Mathematical Model of the Friction in Boundary and Mixed Lubrication . . 11

E. Deciu, Al. Darabont, V. Ceauşu, N. Enescu, Filofteia Ceauşu, I. Iorga, N. Budău
On the Utilization of Conic Springs for Isolation of Foundations of Forging Hammers 29

Gh. Iordache, Gh. Ene, T. Sima
The Shearing Threshold Study for Ceramic Pastes 35

T. Demian, A. Pascu, Dana Grecov
Self-Acting Spiral Grooved Journal Gas Bearing 41

M. Munteanu
Characteristics of the Linear Three Axial Elastic Elements 47

R. Iatan, L. Nicolau
The Determination of the Influence of Matching between Thronconick and Cylindrical Rings on Their Stresses 57

Gh. Popescu, S. Petrescu, V. Radcenco
Generalized Mathematical Method for the Theoretical Analysis of the Thermal Machines with Stirling Regenerative Cycle 65

N. Constantin
Upon a Contact Problem 75

Fl. P. Simion
A Study for Kinematics of Rigid Body 81

V. Stanciu
A Calculation Method for the Universal Characteristic of the Axial Multi-Stage Single-Shaft Turbine 85

C. D. Tacă, Mihaela Păunescu
The Influence of Circumferencial Deformation on the Plat Flange Ring to the Sealing 91

N. Tomiţă, Cristina Beldica
On—Condition Maintenance of Machinery Based on Vibration Measurement and Frequency Analysis 97

C.Z: 621—235
621.825

ENTWICKLUNGSTENDENZEN BEI ZAHNRIEMENGETRIEBEN

W. KRAUSE, D. METZNER*

Neben den Werkstoffen Empfehlungen sind die neusten Entwicklungstendenzen im Sortimentsvergrosserung betreffend: Verbreiterung des Spektrums der Riementeilungen insbesonders im Hinblick auf die Miniaturisierung, Erhohung der Tragfähigkeit, Verbessenrung der Verzahnungsgeometrie und die Verbreiterung des Angebots an Sonderbauformen dargestellt.

Zahnriemengetriebe sind Zugmittelgetriebe, bei denen die Umfangskraft durch Formpaarung übertragen wird, indem ähnlich wie bei Zahnradgetrieben die Riemenzähne in die Zahnlücken der Scheiben eingreifen (Bild 1). Die Zahnriemen bestehen aus speziellen Plastwerkstoffen mit in der neutralen Biegezone schraubenlinienförmig gewickelten Zug-

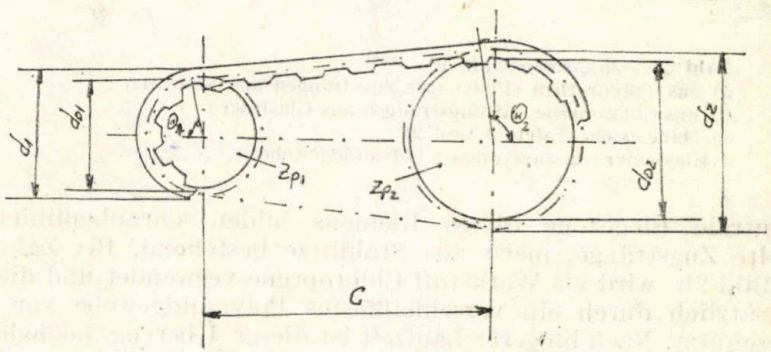


Bild 1. — Aufbau eines Zahnriemengetriebes C Achsabstand; d_1, d_2 Wirkdurchmesser; d_{01}, d_{02} Außendurchmesser; z_{p1}, z_{p2} Scheibenzähnezahlen; $\Theta_{1,2}$ halber Umschlingungswinkel bei der kleinen Scheibe, bei der großen Scheibe

strängen aus Stahllitzen, Glasfasern oder ähnlichem. Sie werden im allgemeinen durch zentrale Fertigungsstätten bereitgestellt, während die Scheiben vom Anwender der Zahnriemengetriebe häufig selbst zu fertigen sind. Zur Gewährleistung der insbesondere bei langen Zahnriemen notwendigen Vorspannung ist wegen des Einflusses von Fertigungsabweichungen bei Riemen und Scheibe eine Einstellmöglichkeit des Achsabs-

* Prof. Dr. Ing. habil; Dr. Ing., Technische Universität Dresden, Sektion Bimedizinische Technik und Gerätetechnik, Wissenschaftsbereich Präzisionsgerätetechnik

tandes oder der Einsatz einer Spannrolle erforderlich. Dem Bestreben des Riemens, von den Scheiben abzulaufen, muß außerdem mit Bordscheiben entgegengewirkt werden.

Durch den gleichzeitigen Eingriff einer großen Zahl von Zähnen wird eine synchrone Kraftübertragung bei hoher Belastbarkeit erreicht. Die gleichmäßige Verteilung der Umfangskraft auf die eingreifenden Riemenzähne gewährleistet dabei minimale Reibkräfte beim Eingriff und Auslauf der Riemenverzahnung in die bzw. aus der Scheibenverzahnung und somit Laufzeiten von mehreren Tausend Betriebsstunden bei Wirkungsgraden bis 99%. Die längsstabilen Zugstränge im Zahnriemen und die Vielzahl der in Eingriff befindlichen Zähne ermöglichen zudem eine genaue Bewegungsübertragung.

Man kann mit Zahnriemengetrieben Umfangsgeschwindigkeiten bis 80 m/s erreichen und Leistungen von mehr als 400 kW übertragen. Gegenwärtig werden hauptsächlich zwei Zahnriemenarten verwendet. Der Zahnriemen im Bild 2 a besteht aus abriebfestem Polyurethan (PUR).

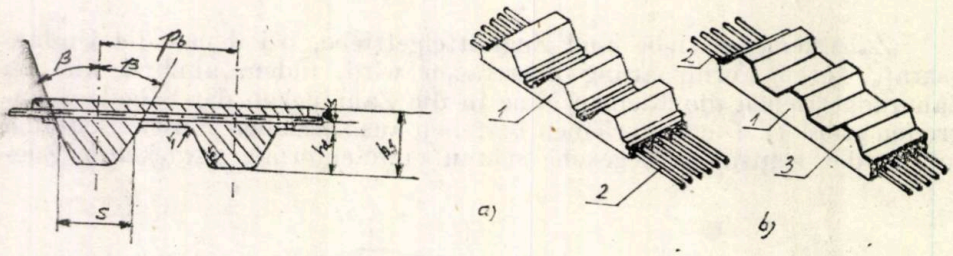


Bild 2 — Zahnriemenaufbau
a) aus Polyurethan (PUR) mit Zugsträngen aus Stahllitze;
b) aus Chloroprene mit Zugsträngen aus Glasfaser;
c) Maße (siehe Tafeln 1 und 2)
1 Elastomer; 2 Zugstränge; Polyamidgewebe

Die neutrale Biegezone dieses Riemens bilden schraubenlinienförmig gewickelte Zugstränge, meist aus Stahllitze bestehend. Bei Zahnriemen gemäß Bild 2b wird als Werkstoff Chloroprene verwendet und die Zähne sind zusätzlich durch ein verschleißfestes Polyamidgewebe vor Abnutzung geschützt. Nach längerer Laufzeit ist dieser Überzug hochglanzpoliert, weist dann einen sehr niedrigen Reibungskoeffizienten und damit eine große Lebensdauer auf. Die Zugstränge dieser Riemen bestehen im allgemeinen aus Glasfasern, neuerdings auch aus Kevlar. Beide Zahnriementypen sind temperaturbeständig im Bereich von etwa −25° C bis + 80° C.

Neue Werkstoffe und verbesserte Technologien tragen wesentlich zu einer Erhöhung der Riemenqualität bei. Das dadurch eröffnete breitere Anwendungsspektrum führte zur schnelleren Erweiterung des angebotenen Sortiments an Zahnriemen. Diese Sortimentsvergrößerung betrifft:

— die Verbreiterung des Spektrums der Riementeilungen insbesondere im Hinblick auf die Miniaturisierung,

— die Erhöhung der Tragfähigkeit
— die Verbesserung der Verzahnungsgeometrie und
— die Verbreiterung des Angebots an Sonderbauformen.

Bezüglich des Spektrums der Riementeilungen ist bei dem herkömmlichen Trapezprofil die Breite am größten. PUR-Zahnriemen werden mit metrischem Teilungssystem (Tafel 1, Bild 2c) und Chloroprene-Zahnriemen mit Zollteilungssystem (Tafel 2, Bild 2c) angeboten. Die Abmessungen der Verzahnung sind international und national

Tafel 1

Abmessungen der Verzahnung von Polyurethan-Zahnriemen nach DIN 7721 (siehe Tafel 3)
Zeichen und Benennungen nach Bild 2c:

p_b Riementeilung; S Riemenzahnfußdicke; h_t Riemenzahnhöhe; h_s Riemenhöhe; r_a Radius am Riemenzahnkopf; r_r Radius am Riemenzahnfuß; u Wirklinienabstand; 2β Riemenzahnwinkel

Teilungskurzzeichen	p_p mm	S mm	zulässige Abweichung mm	h_t mm	zulässige Abweichung mm	h_s mm	zulässige Abweichung mm	r_a mm	r_r mm	u mm	2β Grad	zulässige Abweichung Grad
T 2,5	2,5	1,5	±0,05	0,7	±0,05	1,3	±0,15	0,2	0,2	0,27	40	±2
T 5	5	2,65	±0,05	1,2	±0,05	2,2	±0,15	0,4	0,4	0,42	40	±2
T 10	10	5,3	±0,1	2,5	±0,1	4,5	±0,3	0,6	0,6	0,92	40	±2
T 20	20	10,15	±0,15	5,0	±0,15	8,0	±0,45	0,8	0,8	1,42	40	±2

Tafel 2

Abmessungen der Verzahnung von Chloroprene-Zahnriemen nach ISO 5296 (siehe Tafel 3)
(Zeichen und Benennungen siehe Tafel 1 und Bild 2c)

Teilungskurzzeichen	P_b mm	S mm	h_t mm	h_s mm	r_a mm	r_r mm	u mm	2β Grad
MXL	2,032	1,14	0,51	1,14	0,13	0,13	0,25	40
XL	5,080	2,57	1,27	2,3	0,38	0,38	0,25	50
L	9,525	4,65	1,91	3,6	0,51	0,51	0,38	40
H	12,700	6,12	2,29	4,3	1,02	1,02	0,68	40
XH	22,225	12,57	6,35	11,2	1,19	1,57	1,40	40
XXH	31,750	19,05	9,53	15,7	1,52	2,29	1,52	40

standardisiert. Neben dem Standardsortiment liefern insbesondere die Hersteller von PUR-Zahnriemen eine Vielzahl von Riemen mit Abmessungen, die aus speziellen Anwenderforderungen entstanden sind.

Die Bereitstellung von Zahnriemen mit erhöhter Tragfähigkeit erfolgt für Antriebsaufgaben, bei denen bezüglich der Stabilität des Riemens spezielle Bedingungen bestehen. So werden im Automobilbau zum Antrieb von Nockenwellen Chloroprene-Zahnriemen mit verstärkten Zugsträngen eingesetzt, die durch geringere Trumdehnung eine größere Genauigkeit der Bewegungsübertragung gewährleisten, ohne daß unnötig breite Riemen erforderlich sind. In ihren äußeren Abmessungen gleichen diese Zahnriemen dem L-Riemen (Tafel 2), lediglich der Abstand zwischen Zugstrangmitte und Zahnlückengrund (Wirklinienabstand u) ist durch die stärkeren Zugstränge großer (u =

0,68 mm). Für den Außendurchmesser der Scheibe ergeben sich damit andere Werte, so daß eine Austauschbarkeit mit den Standardzahnriemen nicht gewährleistet ist. Gleiche Probleme treten bei der Erhöhung der Belastbarkeit von Chloroprene-Riemen durch Verstärkung des Polyamidgewebes auf. Eine zweifache Gewebeschicht bietet z. B. aber die Möglichkeit der farblichen Kennzeichnung der unteren Schicht, so daß ein Verschleiß der Riemenverzahnung frühzeitig zu erkennen ist. Die Erhöhung der Tragfähigkeit des Zahnriemengetriebes ohne Vergrößerung der Riemenbreite ist in mehrfacher Hinsicht vorteilhaft. Neben der Verbesserung des Masse-Leistungs-Verhältnisses sowohl beim Riemen als auch bei der Scheibe kommt es zur Einsparung an Bauraum für das Getriebe. Bei hohen Riemengeschwindigkeiten bringt die Vermeidung großer Riemenbreiten den zusätzlichen Vorteil kleinerer Laufgeräusche. Insgesamt kann die Belastbarkeit des Zahnriemens jedoch nur gesteigert werden, wenn der elastische Riemenzahn auch eine größere Kraft aufzunehmen vermag. Neben der Verstärkung des Polyamidgewebes bei Chloroprene-Riemen ist dies generell durch die Verbesserung der Verzahnungsgeometrie möglich. Reserven für eine Verbesserung werden deutlich, wenn man die Relationen zwischen Teilung und Zahnvolumen vergleicht (Bild 3). Im Gegensatz zu den PUR-Zahnriemen stimmen bei den Chloroprene-Zahnriemen diese Relationen nicht überein. Derartige Unterschiede sind funktionell nicht begründet. Sie resultieren aus der Tatsache, daß eine in die Produktion überführte Riemengeometrie aus ökonomischen Gründen auch dann nicht verändert wurde, als sich herausstellte, daß sie nicht dem Optimum entspricht. Diese Gründe verstärken sich im Laufe der Zeit durch den ständig wachsenden Wert der auf die nicht optimale Geometrie der Verzahnung zugeschnittenen Verzahnungswerkzeuge und die in immer größerem Umfang notwendige Ersatzproduktion. Die inzwischen erfolgte Verankerung dieser teilweise ungünstigen Geometrien in Standards (Tafel 3) bringt zusätzlich Probleme für eine Optimierung der Verzahnung. Auch wenn eine Ablösung dieser Standardverzahnungen in nächster Zeit nicht denkbar ist, so könnten zusätzliche Standards für Hochleistungsprofile entstehen und zur breiteren Anwendung von verbesserten Verzahnungsgeometrien beitragen.

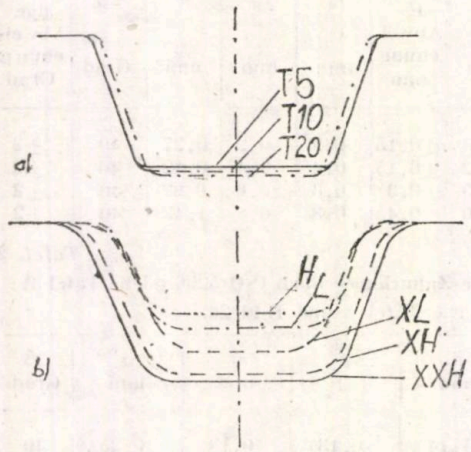


Bild 3 — Relativer Größenvergleich der Riemenzähne (Darstellung normiert auf einheitliche Teilung, Teilungskurzzeichen s. Tafeln 1 und 2)
a) Polyurethan-Zahnriemen;
b) Chloroprene-Zahnriemen

Zur Verbesserung der Verzahnungsgeometrie läuft die Entwicklung bei den *Chloroprene-Riemen* in zwei Richtungen:
— Vergrößerung des Zahnvolumens bei Beibehaltung des Trapezprofils,
— Krümmung der Zahnflanken derart, daß diese größere Radial —

Tafel 3

Standards und Normen für Zahnriemengetriebe

ISO 5288: Synchronous belt drives-Vocabulary. Hrsg: International Organisation for Standardisation, Jan. 1982.
ISO 5294: Synchronous belt drives-Pulleys. Hrsg: International Organisation for Standardisation, Juli 1979.
ISO 5295: Synchronous belts-Calculation of power rating and drive centre distance. Hrsg.: International Organisation for Standardisation, Dez. 1981.
ISO 5296: Synchronous belt drives-Belts. Hrsg.: International Organisation for Standardisation, Sep. 1978.
ISO 5294/Addendum 1: Synchronous belt drives-Pulleys: Pulleys for pitch code MXL. Hrsg.: International Organisation for Standardisation, Mai 1983.
ISO 5296/Addendum 1: Synchronous belt drives-Belts: Pitch code MXL. Hrsg.: International Organisation for Standardisation, Dez. 1982.
ISO 5296/Addendum 2: Synchronous belt drives-Belts: Double-sided belts. Hrsg.: International Organisation for Standardisation, Dez. 1982.
DIN 7721 Teil 1: Synchronriementriebe, metrische Teilung; Synchronriemen. Hrsg.: Normenausschuß Kautschuktechnik im DIN, Sep. 1979.
DIN 7721 Teil 2: Synchronriementriebe, metrische Teilung; Zahnlückenprofil für Synchronscheiben. Hrsg: Normenausschuß Kautschuktechnik, Normenausschuß Antriebstechnik im DIN, Sep. 1979.
RS 4696—74: Zahnflachriemen, Begriffe und Definationen, Abmessungen und Kontrollverfahren. Hrsg.: SKS des RGW (Delegation der CSSR), Dez. 1974 (zurückgezogen).
RS 4698—74: Zahnflachriemen; übertragbare Leistungen. Hrsg.: SKS des RGW (Delegation der CSSR), Dez. 1974 (zurückgezogen).

kräfte aufnehmen können und sich dadurch die Dicke der Scheibenzähne zugunsten der Zähne des Riemens erheblich reduzieren läßt.

Bei *PUR-Riemen* wurde eine Vergrößerung des Riemenzahnvolumens durch ein Aufsitzen der Riemenzahnkopfflächen im Zahnlückengrund der Scheibenverzahnung möglich. In diesem Fall erfolgt eine Entlastung des Zahnlückengrundes der Riemenverzahnung (Bild 4). Die Vergrößerung des Zahnvolumens bei Chloroprene-Riemen unter Beibehaltung des Trapezprofils konnte sich bisher nur sehr begrenzt durchsetzen. Insbesondere für den Nockenwellenantrieb von Dieselmotoren, u.a. auch beim PkW, finden Zahnriemen Verwendung, die in ihrer Teilung dem L-Typ und in den Abmessungen der Verzahnung dem H-Riementyp gemäß Tafel 2 entsprechen. Das vergrößerte Zahnvolumen vermeidet die auch im Bild 3 dargestellten Disproportionen, wie sie besonders bei den mittleren Teilungsgrößen auftreten. Diese Unterschiede in den Proportionen resultieren aus der Tatsache, daß erst im Laufe der Entwicklung neuer Teilungsgrößen schrittweise eine Optimierung des Zahnvolumens der Trapezverzahnung vorgenommen wurde. Die Grenze für die Erhöhung der Riemenzahndicke stellt die Vergrößerung der Flächenpressung im Zahn-

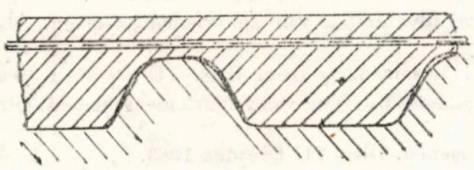


Bild 4 — AT-Profil [19]

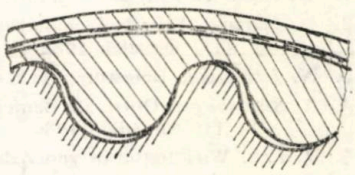


Bild 5 — HTD-Profil [18]

lückengrund des Riemens dar, die aus der Verringerung der Kopffläche der Zähne der Zahnriemenscheibe resultiert. Diese Zahnkopfflächen müssen nahezu die gesamten Radialkräfte, die aus der Spannung des umschlingenden Riemenabschnitts hervorgehen, aufnehmen.

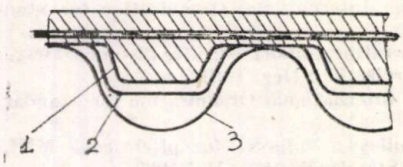


Bild 6 — Vergleich des Zahnvolumens bei Zahnriemen
1 Standard-Trapezprofil (nach ISO 5295); 2 Automobil-profil mit vergrößertem Zahnvolumen [17]; 3 HTD-Profil [18]

Anders dagegen liegen die Verhältnisse bei Veränderung der Krümmung der Zahnflanken mit dem Ziel der Aufnahme von Radialkräften, um den Zahnlückengrund des Riemens zu entlasten. Bei dem vom Hersteller mit „HTD" (High Torque Drive) bezeichneten Profil ist eine derart zielgerichtete Krümmung der Zahnflanken festzustellen (Bild 5). Der Zahnlückengrund der Riemenverzahnung ist von den Radialkräften in starkem Maße entlastet und demzufolge zugunsten der Riemenzahndicke wesentlich reduziert.

Bild 6 vergleicht die Relationen beim Standard-Profil mit denen des Trapezprofils bei vergrößertem Zahnvolumen und denen des HTD-Profils. Die Zahnfußdicke beim HTD-Profil ist etwa 50% größer als die des ungünstigsten Standardprofils. Die Folgen sind eine wesentlich höhere Belastbarkeit und damit weitere Vorteile, wie z. B. höherer Wirkungsgrad und günstigeres Geräuschverhalten.

Einleitend wurde das breite Anwendungsfeld für Zahnriemengetriebe hervorgehoben. Aber auch die Zahl der jährlich neu hinzu kommenden Einsatzfälle steht kaum hinter der von Ketten-, Flachriemen- oder Keilriemengetrieben zurück. In der Fachliteratur werden Funktion, Geometrie- und Werkstoff—probleme sowie die Berechnung dieser zuletzt genannten Getriebe ausführlich dargestellt. Im Gegensatz dazu sind für Zahnriemengetriebe kaum praktikable Richtlinien bekannt. Eigene Untersuchungen, deren Ergebnisse teilweise in [1] . . .[16] veröffentlicht sind, bildeten einen ersten Schritt in diese Richtung. Sie beinhalten eine Darstellung des Anwendungsspektrums und der Eigenschaften von Zahnriemengetrieben, darüber hinaus Fragen der Belastungsverhältnisse, der Belastbarkeit, des Zusammenhangs zwischen Reibung und Verschleiß, der Schadensfälle und ihrer Ursachen, der Vorspannung und Richtlinien zur konstruktiven Gestaltung von Zahnriemenscheiben.

LITERATUR

1. *W. Krause, D. Metzner*, Zahnriemengetriebe. Berlin: VEB Verlag Technik 1988.
2. *D. Metzner*, Scheibengeometrie und Verschleißverhalten von Zahnriemengetrieben. Diss. TU Dresden 1982.
3. *N. Urbansky*, Belastungsverhältnisse in Zahnriemengetrieben. Diss. TU Dresden 1983.
4. *A. Spensberger*, Optimale Bemessung und Standardisierung von Zahnriemenscheiben. Diss. TU Dresden 1986.
5. *J. Rak*, Wirkungsgrad von Zahnriemengetrieben. Diss. TU Dresden 1983.
6. *Tran Vinh Hung*, Kinematische Genauigkeit von Zahnriemengetrieben. Diss. TU Dresden 1987.

7. *N. Karolev*, Optimierung der kräfteverhältnisse in Zahnriemengetrieben. Diss. TU Dresden 1987.
8. *W. Krause, H. Rösner*, Einsatz von Zahnriemengetrieben in Gerätetechnik und Maschinenbau. 19. IWK TH Ilmenau 1974, B1, S. 113.
9. *W. Krause, D. Metzner*, Eigenschaften von Zahnriemengetrieben. Feingerätetechnik 27 (1978) 12, S. 546.
10. *D. Metzner, N. Urbansky*, Entwicklungsstand bei Zahnriemengetrieben. Feingerätetechnik 31 (1982) 2, S. 80.
11. *D. Metzner, N. Urbansky*, Belastungsverhältnisse in Zahnriemengetrieben. Feingerätetechnik 31 (1982) 3, S. 114.
12. *D. Metzner*, Belastbarkeit von Zahnriemen. Maschinenbautechnik 32 (1983) 2, S. 69
13. *D. Metzner*, Konstruktive Gestaltung von Zahnriemenscheiben. Maschinenbautechnik 32 (1983) 3, S. 122.
14. *D. Metzner, N. Urbansky*, Reibung und Verschleiß bei Zahnriemengetrieben. Maschinenbautechnik 33 (1984) 9, S. 415.
15. *D. Metzner, N. Urbansky*, Vorspannkraft bei Zahnriemengetrieben. Maschinenbautechnik 33 (1984) 12, S. 559.
16. *D. Metzner*, Schadensfälle an Zahnriemengetrieben. Feingerätetechnik 33 (1984) 12 S. 565.
17. *M. Cicognani*, Zur Anwendung von Zahnriemen für den Antrieb von Nockenwellen und Hilfsaggregaten. Motortechnische Zeitschrift 39 (1978) 12, S. 551.
18. Firmenschrift: Power Grip HTD-Antriebe (Firma UNIROYAL, BRD)
19. Firmenschrift: Der neue Synchroflex-Zahnriemen AT 10 (Firma Wilhelm Herm. Müller &Co. KG, Hannover/BRD).

Tendințe de dezvoltare a transmisiilor cu curele dințate

Alături de recomandările privind materialul sînt indicate cele mai noi tendințe în ce privește sporirea sortimentului de dimensiuni legat de lărgirea gamei dimensionale a curelelor și în special miniaturizarea acestora, creșterea capacității portante, optimizarea geometriei danturii și mărirea ofertei în ce privește formele constructive speciale.

C.Z. : 621.891
621.894

MODEL MATEMATIC AL FRECĂRII ÎN REGIM DE UNGERE LA LIMITĂ ȘI MIXT LA LIMITĂ

T. DEMIAN, I. STIHARU*

Lucrarea își propune să prezinte un model al mecanismului frecării cu ungere la limită bazat pe contactul dintre microasperități.

Introducere

Deși mecanismele frecării au fost explicate implicîndu-se multe cauze de natură fizico-chimică, moleculară, etc., modelul propus de Bowden și Tabor [6] a rămas pînă în prezent mecanismul cel mai intuitiv și agreat. Astfel, autorii mai sus menționați au prezentat un model al lubrificației la limită și au sugerat că proprietățile filmului de lubrifiant adsorbit de suprafețele care prezintă microasperități, sînt în strînsa legătură cu caracteristicile lubrificației în regim de ungere la limită. În lucrări ulterioare, grosimea filmului adsorbit s-a estimat din strivirea lubrifiantului, între suprafețele în contact sau din capacitatea electrostatică a unei bile unse cu lubrifiant și apoi cufundată în mercur. Alți parametri ca de pildă capacitatea de încărcare a filmului de lubrifiant, a fost estimată cu ajutorul mașinii cu patru bile. În acest mod s-au dobîndit cunoștințe cu privire la regimul de lubrificație la limită și mixt la limită care au servit la îmbunătățirea proprietăților lubrifianților [8], [15].

Modelul

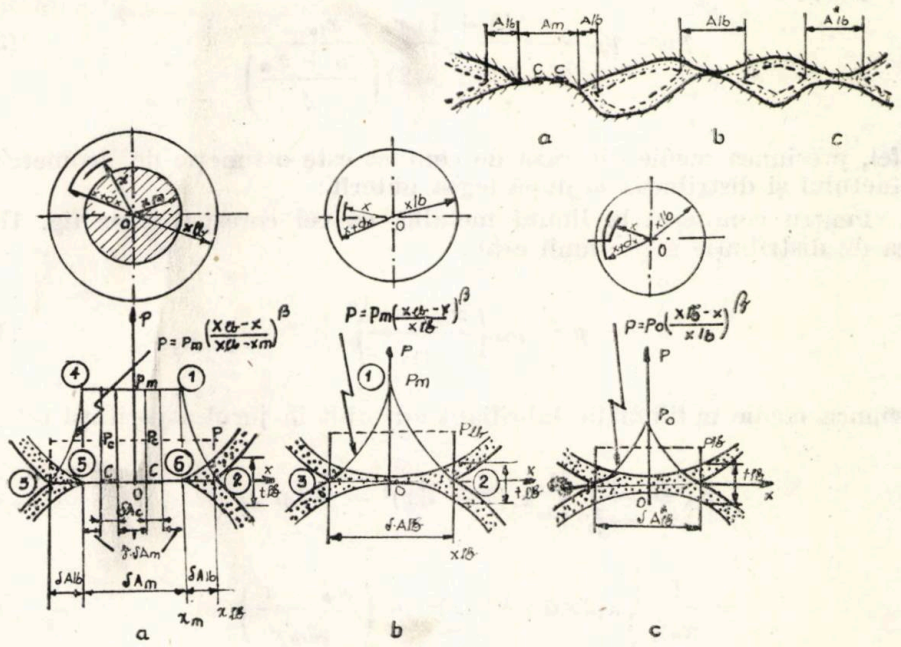
Se propune un model bazat pe mecanismul frecării al lui Bowden și Tabor și care, în contextul reazemelor specifice construcției de aparate este elaborat pentru presiuni mari de contact și viteze mici. În cazul acestui model se ține seama de influența microgeometriei suprafeței și de caracteristicile distribuției de presiuni în stratul de lubrifiant adsorbit. Deci, în această situație se impune estimarea topografiei suprafeței reale de contact în regimul de ungere la limită. În fig. 1 și 2 este prezentat modelul ungerii la limită și mixt la limită. Fig. 1 ilustrează relația între apropierea suprafețelor și contactul efectiv între asperitățile acoperite cu un film de lubrifiant de grosime t_{lb}. În fig. 1a deformația asperităților este mai mare

* Prof. dr. docent, catedra Mecanică fină; Ing., I.T.C.I. București

decît grosimea t_{lb} a filmului de lubrifiant adsorbit și apare astfel contactul metalic. În consecință, după ce strivirea lubrifiantului încetează [11], sarcina normală este suportată de suprafața metalică de contact A_m și de suprafața de contact între filmele conjugate adsorbite A_{lb} care înconjoară suprafața A_m. În cazul 1c, se pune în evidență numai contactul între suprafețele de film adsorbite iar sarcina normală este suportată numai de această arie A_{lb}^*, întrucît deformația asperităților este mai mică decît grosimea t_{lb} sau altfel, asperitățile nu ajung în contact direct. În cazul contactului din fig. 1b, situație la limită între celelalte două, deformația asperităților este strict egală cu grosimea t_{lb} astfel ca doar vîrfurile asperităților fac contact, iar sarcina normală este suportată de suprafața de contact între filmele de lubrifiant de pe suprafețele conjugate, de mărime A_{lb}.

Fig. 2. ilustrează în detaliu modul în care sarcina normală este preluată de microasperități în mod direct sau prin intermediul filmului de lubrifiant. În fig. 2a — ce corespunde situației 1a, suprafața δA_m este zona de contact metalic. Proiecția suprafeței corespunzătoare unei asperități prezintă microasperități secundare (de ordinul II) [12] la un studiu microscopic mai profund. Datorită acestei constituiri a rugozităților, suprafața reală de contact δA_m devine $\gamma \delta A_m$ ($0 < \gamma \leqslant 1$). În porțiunea rămasă „c" a suprafeței δA_m care corespunde porțiunii notate tot cu „c" în fig. 2a, asperitățile în contact cuprind între ele lubrifiant adsorbit între microasperitățile de ordinul II. Acest tip de zone există pe fiecare rugozitate și din acest motiv se pot denumi microzone în contact cu lubrifiant captat. Suma mărimii acestor suprafețe pe microasperitate este δA_c sau $(1-\gamma)\delta A_m$. Aici, factorul este coeficientul suprafeței reale de contact metalic referitor la suprafața aparentă de contact la nivel de microasperitate. Presiunea p_c care ia naștere în capcanele microasperităților de ordinul II este destul de ridicată și este aproape cît presiunea din contactul metalic p_m. Este evident că sarcina normală este suportată și de suprafața filmului de lubrifiant adsorbit δA_{lb} ce înconjoară suprafața metalică de contact. În cercetări anterioare [8], [15], presiunea creată în stratul adsorbit de film a fost privită ca o constantă egală cu presiunea din contactul metalic p_m iar mecanismul frecării a fost discutat în acest context. Într-un cadru mai general, presiunea p din stratul de lubrifiant variază pe raza de contact așa cum este indicat în fig. 2a. Presiunea p se pune astfel în corespondență cu cea înregistrată în contactul metalic p_m la limita ① a suprafeței de contact metalic, apoi descrește treptat de-a lungul razei și devine zero la punctul ② de extrem al părții comune a filmului de lubrifiant adsorbit de cele două suprafețe.
Distribuția presiunii este reprezentată în fig. 2a prin curbele ① —②. Pentru a putea estima cantitativ capacitatea de încărcare a filmului de lubrifiant adsorbit, se face ipoteza că presiunea în peliculă se supune regulii puterii pentru raza de contact. Astfel, presiunea în contactul corespunzător celui din fig. 1a se poate scrie ca :

$$p = \begin{cases} p_m & \text{pentru } x \leqslant x_m \\ p_m \left(\dfrac{x_{lb} - x}{x_{lb} - x_m} \right)^{\beta} & \text{pentru } x_m < x \leqslant x_{lb} \end{cases} \tag{1}$$



Fg. 1–2

Presiunea medie în filmul de lubrifiant adsorbit în jurul asperității este :

$$p_{lb} = \frac{1}{\pi(x_{lb}^2 - x_m^2)} \sum_{x_m}^{x_{lb}} \pi[(x + \mathrm{d}x)^2 - x^2]\, p =$$

$$= \frac{1}{x_{lb}^2 - x_m^2} \int_{x_m}^{x_{lb}} (2x\,\mathrm{d}x + (\mathrm{d}x)^2)\, p_m \left(\frac{x_{lb} - x}{x_{lb} - x_m}\right)^{\beta} =$$

$$= \frac{2p_m}{x_{lb}^2 - x_m^2} \cdot \frac{1}{(x_{lb} - x_m)^{\beta}} \left[\frac{(x_{lb} - x)^{\beta+1}}{\beta + 1} x \Big|_{x_m}^{x_{lb}} + \frac{1}{\beta + 1} \int_{x_m}^{x_{lb}} (x_{lb} - x)^{\beta+1}\,\mathrm{d}x \right] =$$

$$= \frac{2p_m}{(x_{lb}^2 - x_m^2)(x_{lb} - x_m)^{\beta}} \left[\frac{(x_{lb} - x_m)^{\beta+1}}{\beta + 1} x_m + \frac{1}{(\beta+1)(\beta+2)} (x_{lb} - x)^{\beta+2} \Big|_{x_m}^{x_{lb}} \right] =$$

$$= \frac{2p_m}{(x_{lb}^2 - x_m^2)(x_{lb} - x_m)^{\beta}} \left[\frac{(x_{lb} - x_m)^{\beta+1}}{\beta + 1} x_m + \frac{(x_{lb} - x_m)^{\beta+2}}{(\beta+1)(\beta+2)} \right] =$$

$$= \frac{2p_m(x_{lb} - x_m)}{(x_{lb}^2 - x_m^2)(\beta + 1)} \left(x_m + \frac{x_{lb} - x_m}{\beta + 2} \right) = \frac{2p_m[(\beta + 1)\, x_m + x_{lb}]}{(\beta + 1)(\beta + 2)(x_{lb} + x_m)} \quad (2)$$

Deci :

$$p_{lb} = p_m \frac{(\beta + 1)\, x_m + x_{lb}}{(\beta + 1)(\beta + 2)\left(\frac{x_{lb} + x_m}{2}\right)} \tag{3}$$

Astfel, presiunea medie din raza de contact este o funcţie de geometria contactului şi distribuţia ei după legea puterii :

Pentru contactul la limită metalic, ca cel corespunzător fig. 1b, legea de distribuţie a presiunii este :

$$p = p_m \left(\frac{x_{lb} - x}{x_{lb}}\right)^{\beta} \tag{4}$$

Presiunea medie în filmul de lubrifiant adsorbit în jurul asperităţii este :

$$p_{lb} = \frac{1}{\pi x_{lb}^2} \sum_0^{x_{lb}} \pi[(x + \mathrm{d}x)^2 - x^2]\, p =$$

$$= \frac{1}{\pi x_{lb}^2} \int_0^{x_{lb}} \pi(2x\,\mathrm{d}x + (\mathrm{d}x)^2)\, p_m \left(\frac{x_{lb} - x}{x_{lb}}\right)^{\beta} =$$

$$= \frac{2p_m}{x_{lb}^{\beta+2}} \left[- \frac{(x_{lb} - x)^{\beta+1}}{\beta + 1}\, x \Big|_0^{x_{lb}} + \frac{1}{\beta + 1} \int_0^{x_{lb}} (x_{lb} - x)^{\beta+1}\, \mathrm{d}x \right] = \tag{5}$$

$$= \frac{2p_m}{x_{lb}^{\beta+2}} \left[- \frac{1}{(\beta + 1)(\beta + 2)} (x_{lb} - x)^{\beta+2} \Big|_0^{x_{lb}} \right] =$$

$$= \frac{2p_m}{x_{lb}^{\beta+2}} \left(\frac{x_{lb}^{\beta+2}}{(\beta + 1)(\beta + 2)} \right).$$

Deci :

$$p_{lb} = \frac{2p_m}{(\beta + 1)(\beta + 2)} \tag{6}$$

Se observă că presiunea medie este în cazul de faţă independentă de geometria contactului şi depinde doar de distribuţia după legea puterii a acesteia.

În cazul în care contactul se face doar pe filmul de lubrifiant adsorbit la nivelul microasperităţilor, presiunea într-un punct aflat la distanţa x faţă de centrul „O" de simetrie este :

$$p' = p_0 \left(\frac{x_{lb} - x}{x_{lb}}\right)^{\beta} \tag{7}$$

Presiunea medie în filmul de lubrifiant p'_{lb} este :

$$p'_{lb} = \frac{1}{\pi x_{lb}^2} \sum_0^{x_{lb}} \pi[(x + \mathrm{d}x)^2 - x]\, p' =$$

$$= \frac{1}{\pi x_{lb}^2} \int_0^{x_{lb}} \pi(2x\,\mathrm{d}x + (\mathrm{d}x)^2) \cdot p_0 \left(\frac{x_{lb} - x}{x_{lb}}\right)^{\beta} =$$

$$= \frac{2p_0}{x_{lb}^{\beta+2}} \int_0^{x_{lb}} x(x_{lb} - x)^{\beta+1}\,\mathrm{d}x =$$

$$= \frac{2p_0}{x_{lb}^{\beta+2}} \left[- x \frac{(x_{lb} - x)^{\beta+1}}{\beta + 1} \Big|_0^{x_{lb}} + \frac{1}{\beta + 1} \int_0^{x_{lb}} (x_{lb} - x)^{\beta+1}\,\mathrm{d}x \right] =$$

$$= \frac{2p_0}{x_{lb}^{\beta+2}} \left[- \frac{(x_{lb} - x)^{\beta+2}}{(\beta + 1)(\beta + 2)} \Big|_0^{x_{lb}} \right] = \frac{2p_0 x_{lb}^{\beta+2}}{(\beta + 1)(\beta + 2)\, x_{lb}^{\beta+2}} \tag{8}$$

Deci :

$$p'_{lb} = \frac{2p_0}{(\beta + 1)(\beta + 2)} \tag{9}$$

Sarcina normală δN pe unitatea de suprafață în contact metalic este preluată prin :

— p_m în contactul metalic pe aria δA_m,

— p_e din lubrifiantul captat etanș între microrugozitățile de ordin II pe suprafața δA_e,

— p_{lb} din zona în care doar filmele se găsesc în contact, corespunzător suprafeței δA_{lb} (fig. 2a) ;

$$\delta N = p_m \cdot \delta A_m \cdot \gamma + p_e(1 - \gamma)\,\delta A_m + p_{lb} \cdot \delta A_{lb} \tag{10}$$

Presiunea din lubrifiantul captat etanș între rugozități p_e întrucît lichidul este practic incompresibil se consideră a fi egală cu cea din contactul metalic, deci :

$$p_e \simeq p_m \quad \text{și}$$

$$\delta N = p_m \cdot \delta A_m + p_{lb} \delta A_{lb} \tag{11}$$

Sarcina normală δN pe unitatea de suprafață în contact la limită metalic este preluată prin pelicula de lubrifiant în contact (fig. 2b) ;

$$\delta N = p_{lb} \cdot \delta A_{lb} \tag{12}$$

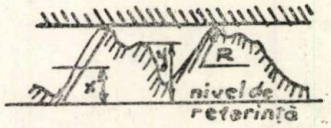
Sarcina normală $\delta N'$ pe unitatea de suprafaţă în contact prin intermediul peliculei de lubrifiant (fig. 2c) este :

$$\delta N' = p'_{lb} \cdot \delta A'_{lb} \tag{13}$$

Presupunînd funcţia de distribuţie a asperităţilor de înălţime y şi raza R cunoscută, $\Phi = \Phi\ (y,\ R)$, se poate determina sarcina totală, posibil de a fi preluată de contactele metalice şi filmul de lubrifiant — în cazul frecării mixte la limită — sau doar de filmul de lubrifiant — în cazul frecării la limită.

Numărul de asperităţi n în contact este :

$$n = N_a = \int_0^\infty \mathrm{d}R \int_0^\infty \Phi(y,\ R)\,\mathrm{d}y \tag{14}$$



F.g. 3

unde N_a este numărul total de asperităţi. Sarcina totală se poate scrie ca expresie matematică dacă se cunoaşte tensiunea superficială a uleiului sau, experimental — distanţa minimă între suprafeţe la care pelicula nu se desprinde. Această mărime este o caracteristică de material şi de tipul de lubrifiant [8]. Fie această distanţă t_{lb} cunoscută. Pentru a stabili un model al suprafeţelor în contact Hertzian — deci cel utilizat în mod practic în aplicaţii — se consideră pentru simplificare o suprafaţă rigidă perfect plană în contact cu un solid vîscoelastic plan. Fie x distanţa curentă între suprafeţe măsurată faţă de un nivel de referinţă şi y înălţimea curentă a unei asperităţi, măsurată peste acest nivel (fig. 3). Considerînd cunoscute : $\Phi(y,\ R)$ — funcţia de distribuţie a asperităţilor şi razelor asperităţilor, N_a numărul total de asperităţi din regiunea de contact aparent şi $a(z,\ R)$ — funcţia ce indică aria reală de contact a unei asperităţi de rază R care pătrunde în suprafaţa conjugată pe o adîncime z, se poate stabili aria reală de contact A_R :

$$A_R = N_a \int_0^\infty \mathrm{d}R \int_0^\infty \Phi(y,\ R) \cdot a(y - x,\ R)\,\mathrm{d}y \tag{15}$$

În ceea ce priveşte distribuţia înălţimii profilului cît şi distribuţia înălţimilor vîrfurilor, există părerea ca [4], [6], pentru majoritatea modurilor de prelucrare a suprafeţelor, este Gaussiana. Abaterile faţă de această distribuţie, constatate în cazul mai multor tipuri de prelucrări [13], sînt mai importante în regiunile joase ale profilului. Acest fapt permite folosirea unei distribuţii Gaussiene în toate problemele legate de contactul între suprafeţe întrucît în mod experimental [7], [16] s-a stabilit că procesul de apropiere între suprafeţe are loc în majoritatea cazurilor deasupra liniei medii. Cu toate acestea, pentru simplificări se consideră că distribuţia înălţimii asperităţilor se supune unei legi liniare.

Dar contactul se produce în realitate între două suprafeţe rugoase iar aria reală de contact are un alt caracter decît în cazul simplificat de mai sus. Aria aparentă este determinată de corelarea ondulaţiilor suprafeţelor, depinzînd de geometria lor, material şi încărcare. Formele idealizate ale ondulaţiilor sînt porţiuni de sfere, elipsoizi, cilindri, etc. În urma

încărcării suprafețelor, prin deformare elastică sau elasto-plastică se modifică forma lor. Încărcarea este preluată în realitate de rugozități și de pelicula de film captată între acestea sau care separă microasperitățile. În acest caz interesează suprafața reală de contact , pentru care calculul presupune în cazul apropierii a două materiale elastice cu suprafețe rugoase că toate microasperitățile din cuplă pot fi modelate sub aceeași formă. Numărul de asperități ce se găsesc în stratul $M_1 - M_2$ este proporțional cu grosimea stratului :

$$dN = N_{a_1} \cdot \Phi(R) \cdot dR \tag{16}$$

unde

N_{a_1} este numărul total al asperităților din unitatea de suprafață
$\Phi(R)$ este funcția de dispersie a înălțimilor asperităților.

Dacă numărul asperităților este mare și aria secțiunii transversale scade, se admite că funcția de dispersie este continuă [4] și deci :

$$\int_0^\infty \Phi(R)\, dR = 1 \tag{17}$$

Pentru cazul în care $\Phi(a) = 0$, rezultă că înălțimea tuturor asperităților este mai mică decît a.

Fie $M_1 - M_2$ un plan de referință al poziției relative a suprafețelor rugoase S_1 și S_2 (fig. 4). La distanțele x_1, respectiv x_2 de planul $M_1 - M_2$ corespunzător suprafețelor S_1 și S_2, se găsesc n_1 respectiv n_2 asperități determinate de funcțiile de repartiție :

$$n_1 = \Phi_1(x_1)$$

$$n_2 = \Phi_2(x_2) \tag{18}$$

rezultă că :

$$dn_1 = \Phi_1'(x_1)\, dx_1,$$

$$dn_2 = \Phi_2'(x_2)\, dx_2 \tag{19}$$

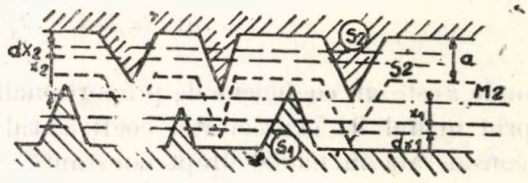


Fig. 4

Sub acțiunea încărcării exercitate pe suprafața S_2, aceasta se apropie de S_1 în poziția S_2', prin reducerea distanței între ele cu „a". În acest caz, se produce întîlnirea microasperităților care și ea se produce după legi stochastice și care în mod practic va crea numărul n total de contacte elastice, deci aria reală de contact. Numărul contactelor astfel formate la nivelul suprafeței dx_2 de pe S_2 cu toate straturile suprafeței S_1 este :

$$\Delta n_x = \frac{1}{M} \int_0^{a - x_2} dx_2 \cdot \Phi_2'(x_2) \cdot \Phi_1'(x_1)\, dx_1 \tag{20}$$

iar pentru toate straturile suprafeței S_2 în contact cu S_1 se integrează ecuația anterioară :

$$n = \frac{1}{m} \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_0^{a-x_2} \Phi'(x_2) \cdot \Phi'(x_1)\, \mathrm{d}x_1 \tag{21}$$

Din punct de vedere teoretic, problema este rezolvată dar pentru o soluție utilizabilă practic, trebuie cunoscută forma microasperității, caracterul deformației și legea de distribuție în înălțime a rugozității. În [7] este citat un caz particular care permite integrarea ecuației (20) propus de Kragelski, în următoarele condiții :

— asperitățile sînt considerate cilindri cu raze egale :

— dispunerea în înălțime a acestora se conduce după o lege liniară (proporțională).

În acest caz, aria reală este proporțională cu numărul de asperități în contact iar cea aparentă este proporțională cu numărul total de asperități ale suprafeței.

Deci :

$$A_r = A_{ap} \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_0^{a-x_2} \Phi_2'(x_2) \cdot \Phi_1'(x_1)\, \mathrm{d}x_1 \tag{22}$$

Sarcina N va fi preluată prin deformațiile elastice ale celor n asperități, presiunea aparentă fiind proporțională cu deformația :

$$p_{ap} = k(a - x_1 - x_2) \tag{23}$$

unde k este un coeficient de proporționalitate redus, dependent de material prin modul de elasticitate, coeficientul lui Poisson și raza asperității, considerată în model drept constantă :

$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}; \quad k_{1;2} = \frac{E_{1;2}}{2r_{1;2}(1 - \mu_{1;2}^2)} \tag{24}$$

Considerînd funcțiile de dispersie ale înălțimilor asperităților ca funcții liniare, derivatele lor sînt coonstante :

$$\begin{aligned} \Phi_1(x_1) &= \delta_1 \cdot x_1 \qquad \text{și} \qquad \Phi_1'(x_1) = \delta_1 \\ \Phi_2(x_2) &= \delta_2 \cdot x_2 \qquad\qquad \Phi_2'(x_2) = \delta_2 \end{aligned} \tag{25}$$

unde δ_1 și δ_2 sînt coeficienții unghiulari ai dreptelor de dispersie a asperităților. Sarcina preluată prin deformația asperităților este:

$$N = A_r \cdot p_r = A_{ap} \cdot \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_0^{a-x_2} p\Phi_2'(x_2) \cdot \Phi_1'(x_1)\,\mathrm{d}x_1 =$$

$$= A_{ap} \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_0^{a-x_2} p \cdot \delta_2 \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{d}x_1 = A_{ap} \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_3^{a-x_2} k(a - x_1 - x_2)\,\delta_1\delta_2\,\mathrm{d}x_2 =$$

$$= -A_{ap} \int_0^a k\delta_1\delta_2 \frac{(a - x_1 - x_2)^2}{2} \Big|_0^{a-x_2} \mathrm{d}x_2 = A_{ap} \int_0^a k\delta_1\delta_2 \frac{(a-x_2)^2}{2}\,\mathrm{d}x_2 =$$

$$= -A_{ap} \cdot k \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \frac{(a-x_2)^3}{6} \Big|_0^a = A_{ap} \cdot k \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \frac{a^3}{6} \qquad (26)$$

Din această ecuație se poate stabili deformația „a" datorită încărcării N;

$$a = \sqrt[3]{\frac{6N}{A_{ap} \cdot k \cdot \delta_1 \cdot \delta_2}} \qquad (27)$$

Se poate stabili astfel aria reală de contact sau raportul între aria reală A_r și cea aparentă A_{ap} din ecuația (26):

$$\frac{A_r}{A_{ap}} = \int_0^a \mathrm{d}x_2 \int_0^{a-x_2} \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \mathrm{d}x_2 =$$

$$= \int_0^a \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot (a - x_2)\,\mathrm{d}x_2 =$$

$$= \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot a \int_0^a \mathrm{d}x_2 - \delta_1\delta_2 \int_0^a x_2\,\mathrm{d}x_2 = \delta_1\delta_2 \frac{a^2}{2} =$$

$$= 1{,}65 \sqrt[3]{\frac{N^2\delta_1\delta_2}{A_{ap}^2 \cdot k^2}} \qquad (28)$$

Experimentele [6] arată că aproximarea dispersiei reale printr-o ecuație liniară, nu introduce erori mari pentru deformații de (20—30%)· $\cdot R_{z\max}$; evident, coeficienții unghiulari δ_1 și δ_2 se pot stabili pe cale experimentală [9]:

Din ecuaţiile (11) — (13) rezultă clar că presiunile efective p_{lb} şi p'_{lb} din suprafeţele de contact au un efect considerabil asupra sarcinii totale suportate şi deci asupra procesului ungerii la limită, motiv pentru care vor fi analizate.

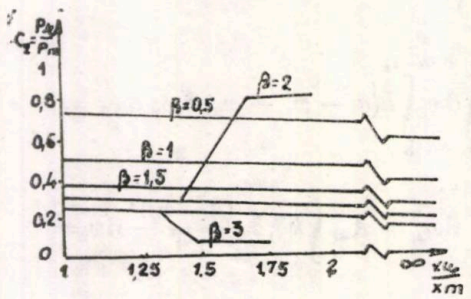


Fig. 5

Mărimea razei de contact de la x_{lb} la x_m este funcţie de deformaţia asperităţilor şi grosimea filmului adsorbit t_{lb}. Ambele raze devin mai mari pe măsură ce deformaţia asperităţilor creşte însă lăţimea suprafeţei de contact a filmului, $x_{lb}-x_m$, este influenţată de deformaţia asperităţii într-o măsură foarte mică; principala mărime care influenţează lăţimea zonei în care lubrifiantul preia încărcare este tensiunea superficială. În consecinţă, deformaţia asperităţii poate fi estimată din raportul x_{lb}/x_m şi anume din relaţia care indică presiunea efectivă la contactul metalic.

Analizînd sarcina maximă în filmul de lubrifiant în legătură cu aria reală de contact [8], [11], rezultă o dependenţă ca cea din fig. 5, unde presiunea efectivă este adimensionalizată prin presiunea suportată pe contactul metalic, iar parametrul este indexul de distribuţie al presiunii în pelicula de lubrifiant β.

În figura, $x_{lb}/x_m=\infty$ corespunde situaţiei în care doar vîrful asperităţii face contact cu suprafaţa aşa cum este reprezentat în fig. 2b — cazul ungerii la limită. Pe măsură ce creşte deformaţia asperităţii, valoarea raportului x_{lb}/x_m devine mai mică. Cu cît este mai mică valoarea indicelui şi mai mare deformaţia asperităţilor, cu atît mai mare va fi valoarea presiunii p_{lb}.

Capacitatea de încărcare a contactului ca în fig. 1c este mai scăzută căci raportul $x_{lb}/x_m=\infty$. Astfel, capacitatea de încărcare se modifică cu deformarea asperităţilor. Oricum, pentru simplificare, capacitatea de încărcare pentru fiecare tip de contact ca cele din fig. 1 se consideră prin valoarea efectivă. Desigur că această valoare reprezentativă este mai mică decît în cazul în care $p_{lb}/p_m=1$, aşa cum a fost utilizată în alte lucrări [11]. Indicaţia pe care o oferă fig. 5 este elocventă în acest sens indicînd clar că varianta $p_{lb}/p_m=C_2=1$ este nereală.

Revenind, sarcina normală suportată de contact în condiţii de echilibru este:

$$N = p_m \cdot A_m + p_{lb} \cdot A_{lb} \qquad 29)$$

Forţa de frecare statică se obţine din efortul la forfecare τ_{fm} de pe suprafaţa metalică reală de contact efectiv A_m, din efortul la forfecare τ_{flm} din lubrifiantul captat între suprafeţele de contact şi din efortul la forfecare τ_{flb} din filmul de lubrifiant.

$$F_{st} = \tau_{fm}\,\gamma \cdot A_m + \tau_{flm}(1-\gamma)Ac + \tau_{flb}\,A_{lb} = \gamma'\tau_{flm}A_m + \tau_{flb} \cdot A_{lb} \quad (30)$$

cu

$$\gamma' = \gamma + \frac{\tau_{flm} \cdot (1 - \gamma)}{\tau_{fm}}$$

Efortul la forfecare din lubrifiantul cuprins între suprafețele de contact este mult mai mic decît cel din contactul metalic iar valoarea lui se poate considera apropiată de unitate, de altfel ca și γ'. Mărimea coeficientului γ se poate stabili geometric în condițiile unei suprafețe topografic determinate. Deci forța de frecare statică devine :

$$F_{st} = \gamma' \cdot \tau_{fm} A_m + \tau_{flb} \cdot A_{lb} \tag{31}$$

Coeficientul de frecare statică μ_{st} este obținut din ecuațiile (26) și (30) :

$$\mu_{st} = \frac{F_{st}}{N} = \frac{C_1 \gamma A_m + C_2 C_3 A_{lb}}{A_m + C_2 A_{lb}} \tag{32}$$

unde s-a notat :

$$\frac{\tau_{fm}}{p_m} = C_1 ; \quad \frac{p_{lb}}{p_m} = C_2 ; \quad \frac{\tau_{flb}}{p_{lb}} = C_3 ; \tag{33}$$

Pentru a determina valoarea coeficientului de frecare ca o funcție de condițiile de contact, trebuie estimate :

— suprafața metalică de contact A_m ;

— suprafața de contact a filmului de lubrifiant adsorbit A_{lb}. Presupunînd ca indiferent de forma asperităților, variația ariei reale de contact are un același tip de dependență cu apropierea între suprafețe, se consideră că aria reală a suprafeței metalice de contact este în dependență cubică cu apropierea „a" a distanței dintre planele de referință ale suprafețelor ;

$$\begin{aligned} A_m &= ka^3 \\ A_{lb} &= k(a + t_{lb})^3 - ka^3 \\ k &= \frac{\pi}{3} \cdot \frac{R_e \cdot N'_o D_1 \cdot D_2}{R_{z\max_1} \cdot R_{z\max_2}} \end{aligned} \tag{34}$$

unde $R_e = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ este raza echivalentă, a curburii asperităților superioară, respectiv inferioară ; N'_0 este numărul total de asperități de pe unitatea de suprafață aparentă de contact. D_1 și D_2 sînt coeficienții de distribuție ai asperităților în direcție verticală iar $R_{z\max_1}$ și $R_{z\max_2}$ sînt înălțimile maxime ale asperităților. Valoarea se stabilește din topografia celor două suprafețe în contact și se poate denumi „coeficientul topografiei suprafeței". Valorile A_m și A_{lb} se determină din ecuațiile încărcării și ale coeficientului de frecare :

$$\begin{aligned} N &= p_m \cdot A_m + p_{lb} \cdot A_{lb} \\ \mu_{st} &= \frac{C_1 \cdot \gamma \cdot A_m + C_2 C_3 A_{lb}}{A_m + C_2 A_{lb}} \end{aligned} \tag{35}$$

Rezultă că :

$$A_m = \frac{N}{p_m} \cdot \frac{\mu_{st} - C_3}{\gamma C_1 - C_3}$$
$$A_{lb} = \frac{N}{p_m} \cdot \frac{\mu_{st} - \gamma C_1}{C_2(C_3 - \gamma C_1)} \tag{36}$$

Apropierea „a" între suprafețe se obține din ecuațiile (34) și (36);

$$a = \alpha \sqrt[3]{\frac{C_3 - \mu_{st}}{C_3 - \gamma C_1}} \tag{37}$$

unde $\alpha = \sqrt[3]{\frac{N}{k \cdot p_m}}$ și indică apropierea între suprafața superioară și cea inferioară în condiții uscate. Deci termenul $\sqrt[3]{(C_3 - \mu_{st})/(C_3 - \gamma C_1)}$ din ecuația (37) indică rata descreșterii apropierii prin efectul de lubrifiere. Dacă se notează $\sqrt[3]{(\mu_{st} - C_3)/(\gamma C_1 - C_3)} = M$ și $t_{lb}/\alpha = T_{lb}$ și înlocuind în ecuațiile (34) și (36), se obține o ecuație de gradul III în M.

$$M^3 + 3T_{lb}C_2M^2 + 3T_{lb}^2C_2M + T_{lb}^3C_2 - 1 = 0 \tag{38}$$

Acum, coeficientul de frecare μ_{st} se calculează folosind valoarea M obținută din ecuația și notațiile de mai sus ca o funcție de condițiile de contact. Mărimea T_{lb} reprezintă expresia adimensionalizată a grosimii filmului adsorbit. Făcînd substituția $M = E - C_2T_{lb}$, va rezulta ecuația de gradul III în E

$$E^3 + 3PE + Q = 0$$

rezolvabilă prin formulele lui Cardan,
unde

$$P = -C_2T_{lb}^2(C_2 - 1) \tag{39}$$
$$Q = C_2T_{lb}^3(C_2 - 1)(2C_2 - 1) - 1$$

Discriminantul ecuației este :

$$Q^2 + 4P^3 = [T_{lb}^3 \cdot C_3(C_2 - 1) + 2C_2 - 1]^2 + 4C_2(1 - C_2) \tag{40}$$

În orice condiții de lubrificație, $0 \leqslant C_2 \leqslant 1$.
În consecință, discriminantul ecuației de gradul III este pozitiv deci ecuația în E are o singură rădăcină reală. Din relația (38) rezultă că și ecuația în M are o singură rădăcină reală. Înlocuind în formulele lui

Cardan pentru rezolvarea ecuației de gradul al III-lea, rezultă :

$$m = \sqrt[3]{\frac{-Q + \sqrt{Q^2+4P^3}}{2}}$$

$$n = \sqrt[3]{\frac{-Q - \sqrt{Q^2+4P^3}}{2}} \tag{41}$$

iar rădăcina reală este :

$$M = m + n - C_2 T_{lb} \tag{42}$$

Astfel, expresia coeficientului static de frecare devine :

$$\mu_{st} = C_3 + (\gamma C_1 - C_3)(m + n - C_2 T_{lb})^3 \tag{43}$$

Evaluarea eficacității ungerii la limită

Interpretînd expresia coeficientului de frecare statică din punctul de vedere al aportului lubrifiantului, exprimat în ecuația de C_2, C_3 și t_{lb}, coeficientul topografiei suprafeței k și factorul γ, rezultă că μ_{st} are o dependență strînsă de lubrifiere.

Factorul γ este legat de efortul unitar la forfecare în filmul de lubrifiant adsorbit la contactul metalic, dar mai este legat de mărimea zonei de contact metalic. Deci γ nu depinde direct de calitățile lubrifiantului sau de topografia suprafeței, motiv pentru care efectul lui γ se cuprinde ca parametru în estimarea de față.

Efortul unitar la forfecare al contactului pe filmul de lubrifiant adsorbit C_3 este mult mai mic decît efortul unitar C_1 al contactului metalic. Astfel, C_3 nu influențează frecarea statică într-o măsură mare în regimul de ungere mixt la limită. Deci, cu scopul de a evalua teoretic calitatea frecării la limită, coeficientul de frecare statică calculat μ_{st} este exprimat printr-o ecuație simplă care conține coeficientul ce caracterizează topografia suprafeței „k", capacitatea de încărcare adimensionalizată C_2 a filmului de lubrifiant adsorbit și grosimea t_{lb} a filmului.

Este dificil a estima influența specifică a topografiei suprafeței sau a proprietăților lubrifiantului asupra caracteristicilor frecării satice, întrucît μ_{st} este o funcție complexă de k, C_2 și t_{lb} așa cum rezultă din ecuația (43). Astfel, relația aproximativă este construită în următorul mod : valoarea inițială din ecuația (41), $m + n$ se calculează din situația practică în care $C_2 = 0{,}2 - 0{,}6$ (fig. 5) și $t_{lb} = 0{,}05 - 0{,}25$ μm [6].

Figura alăturată indică rezultatele. În ecuație, sarcina normală se încadrează în limite largi (1 — 100 N), presiunea produsă în contactul metalic fiind de circa $p_m = 200$ MPa [15]. Aportul lui p_m în ecuație este foarte redus motiv pentru care variația lui în domeniul unui ordin de mărime

produce modificări insesizabile ale coeficientului de frecare μ_{st}. După cum se poate observa în figura 6, valoarea $m+n$ este aproape independentă de C_2 și este apropiată de unitate. În urma acestei observații, coeficientul de frecare static se poate scrie :

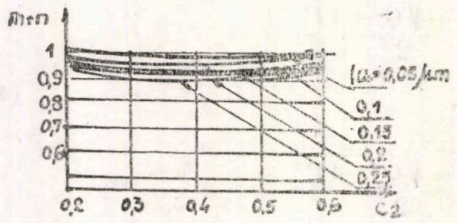


Fig. 6

$$\mu_{st} = C_3 + (\gamma C_1 - C_3)(1 - C_2 T_{lb})^3 \tag{44}$$

În continuare sînt prezentate valorile coeficientului de frecare static calculate pentru condițiile de mai sus astfel :

$$\begin{aligned} &\mu_{st} = \mu_{st}(C_2) \quad \text{cu parametrii } T_{lb},\ C_3 \text{ și } \gamma \\ &\mu_{st} = \mu_{st}(T_{lb}) \quad \text{cu parametrii } C_2,\ C_3 \text{ și } \gamma \\ &\mu_{st} = \mu_{st}(C_3) \quad \text{cu parametrii } C_2,\ T_{lb} \text{ și } \gamma \end{aligned} \tag{45}$$

Figurile 7a, b, c, și d prezintă aceste dependențe, din care se pot desprinde următoarele concluzii :

— asigurarea unui factor adimensionalizat cît mai mare al grosimii peliculei de lubrifiant $T_{lb}=t_{lb}/\alpha$ (fig. 7a) duce la micșorarea accentuată coeficientului de frecare μ_{st}. Întrucît $\alpha = \sqrt[3]{N/k \cdot p_m}$, T_{lb} poate fi mărit pentru o aceeași grosime a peliculei de lubrifiant prin micșorarea lui α. Situația este realizabilă prin următoarele modalități :

— micșorarea sarcinii N, condiție ce nu poate fi asigurată decît dacă datele de proiectare o permit ;

— mărirea presiunii admisibile în contactul metalic — soluție la îndemîna proiectantului prin alegerea corespunzătoare a materialelor cuplelor de frecare ; pentru materiale cu rezistența admisibilă ridicată deci și presiune de contact ridicată, plasticitatea scăzută a părților de rezemare duce la înrăutățirea conformabilității lagărului (pentru evitarea acestui neajuns se poate recurge la bucșarea cu materiale ce au presiune de contact ridicată sau la depunerea acestora în strat subțire prin procedeul de vaporizare în vid ;

— mărirea coeficientului de topografie a suprafeței ;

$$k = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{R_e \cdot N_0' \cdot D_1 \cdot D_2}{R_{z\max 1} \cdot R_{z\max 2}}$$

* prin mărirea razei echivalente a suprafețelor conjugate, realizabilă prin rodarea suprafețelor cuplei ;

* prin micșorarea rugozității maxime a suprafețelor conjugate $R_{z\max}$;

* prin mărirea coeficienților de distribuție D_1 și D_2, realizabil din punct de vedere tehnologic prin prelucrări care să asigure microasperități de forme regulate și înălțimi mici (alezare, rectificare).

Deci configurația optimă a suprafețelor care asigură mărirea factorului adimensionalizat ce exprimă grosimea peliculei de lubrifiant dintre fețele conjugate este : rugozitate cît mai mică, uniformitate a distribuției aspe-

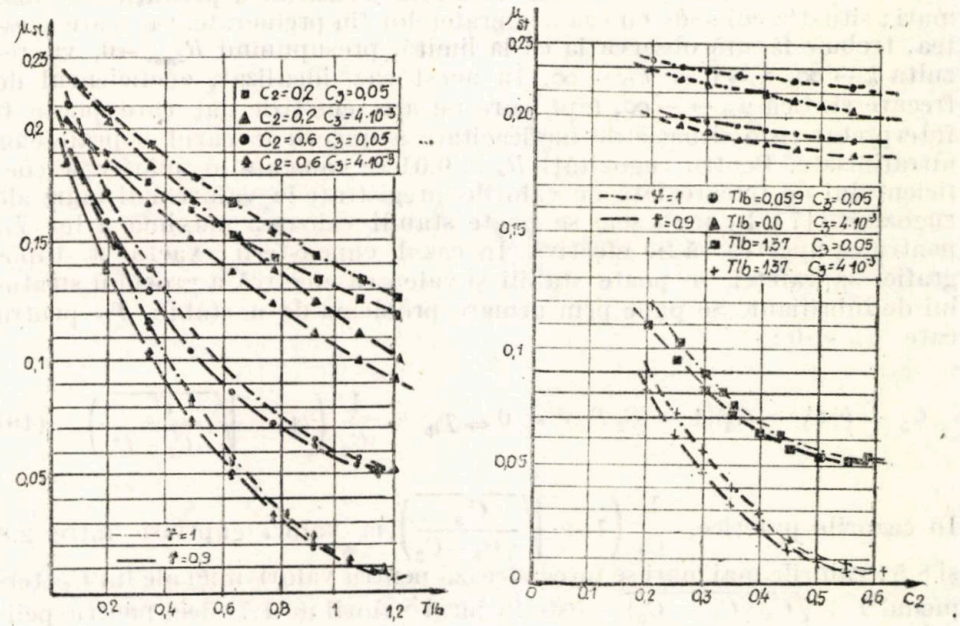


Fig. 7 a, b

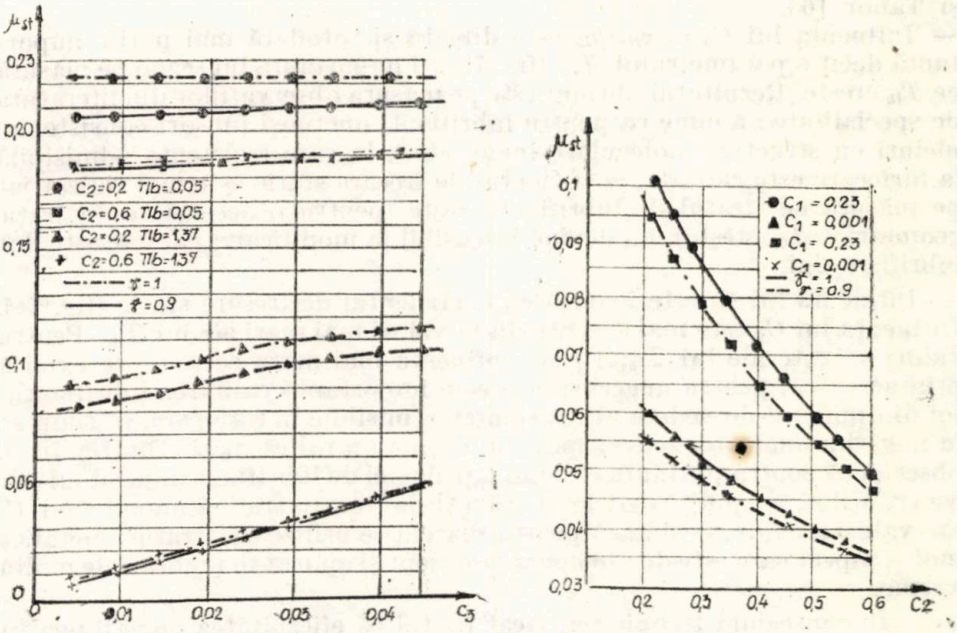


Fig. 7 c, d

rităților în plane paralele cu cel de referință și raze ale asperităților cît mai mari; situația coincide cu cea a suprafețelor fin prelucrate. Cu toate acestea, trebuie făcută observația că la limită, presupunînd $R_{z\max} \to 0$, va rezulta $k \to \infty$, $\alpha \to 0$ și $T_{lb} \to \infty$. În acest caz idealizat, coeficientul de frecare statică $\mu_{st} \to -\infty$, fapt care nu are sens fizic dar care poate fi interpretat ca o situație de ineficacitate a ungerii în cazul suprafețelor ultrafinisate. Pentru rugozități $R_a < 0{,}04$ se constată o mărire a coeficientului de frecare față de valorile înregistrate la valori mai mari ale rugozității [7]. În acest sens se poate stabili valoarea maximă a lui T_{lb} pentru ca ungerea să fie efectivă. În cazul cunoașterii exacte a topografiei suprafeței, se poate stabili și valoarea efectivă a grosimii stratului de lubrifiant. Se pune prin urmare problema de a stabili T_{lb} pentru care $\mu_{st} < 0$:

$$C_3 + (\gamma C_1 - C_3)(1 - C_2 T_{lb})^3 < 0 \Leftrightarrow T_{lb} > \frac{1}{C_2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{C_3}{\mu C_1 - C_3}}\right) \quad (46)$$

În cazurile practice, $\frac{1}{C_2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{C_3}{\gamma C_1 - C_3}}\right)$ ia valori cuprinse între 2,8 și 8,5 ; valorile mai mari se înregistrează pentru valori mici ale lui C_2 (termenul $1 + \sqrt{C_3(\gamma C_1 - C_3)}$ — este în jurul valorii de 1,7) deci pentru peliculele portante în jurul microasperităților care preiau sarcina utilă în măsură mai mică.

Pentru situația frecării uscate, se remarca faptul că $\mu_{st} = C_1 = \tau_{fm/pm}$ adică se obține un rezultat conform cu modelul frecării uscate propus de Bowden și Tabor [6].

— Influența lui $C_3 = \tau_{flb}/p_{lb}$ este directă și totodată mai puțin importantă decît a parametrului T_{lb} (fig. 7b) și importanța lui scade pe măsură ce T_{lb} crește. Rezultatul obținut este pe măsura observațiilor din literatura de specialitate : anume ca pentru lubrifianți onctuoși (unsori consistente, uleiuri cu structuri moleculare lungi, etc.), la care rezistența admisibilă la forfecare este ridicată, coeficientul de frecare static este mai ridicat iar pe măsură ce stratul de lubrifiant crește (pentru o aceeași configurație geometrică T_{lb} crește), μ_{st} devine insensibil la modificarea caracteristicilor lubrifiantului.

— Influența lui C_2 este inversă cu coeficientul de frecare static (fig. 7c). Influența lui C_2 este mai accentuată la valori mai mari ale lui T_{lb}. Pentru valori scăzute ale lui T_{lb}, C_3 are influența mai mare ceea ce se explică prin aceea că, pentru ungeri sărace este importantă calitatea lubrifiantului din punctul de vedere al rezistenței admisibile la forfecare, în timp ce la ungeri abundente, acest aspect nu deține un rol esențial. Din fig. 7d se observă că pentru portanța scăzută a peliculei de lubrifiant în jurul microasperităților, se obțin coeficienți scăzuți de frecare statică numai cînd C_1 are valori scăzute, deci dacă pentru reazem se utilizează straturi metalice moi— aspect care este de asemenea cunoscut și aplicat în practică de multă vreme.

În consecință trebuie remarcat faptul că eficacitatea ungerii pentru regimul la limită este dependența în mod direct de un factor adimensional

care exprimă eficiența grosimii peliculei de lubrifiant T_{lb}, relația directă cu vîscozitatea nefiind pusă în evidență în mod direct. De asemenea, trebuie remarcat rolul lubrifiantului captat între microasperități, exprimat în relații prin termenul γ : cu cît valoarea coeficientului γ este mai scăzută, cu atît frecarea este mai mică, fapt care arată că lubrifiantul captat ocupă în contactul metalic o pondere mai mare.

Într-o situație ideală, în care contactul între suprafețe se produce doar după modelul din fig. 1b și 1c, nu mai apare deloc contact metalic și se pune în evidență regimul de ungere la limită. Cazul este o idealizare a procesului de frecare, iar din punct de vedere practic, o asemenea situație poate avea loc pe durate foarte scurte de timp. Acesta este motivul pentru care nu se poate afirma că problema regimului de ungere la limită a fost soluționată. Dispunerea a doua suprafețe netede cu 10^9 microasperități pe unitatea de suprafață de contact aparentă complet separate de o peliculă de lubrifiant, în condiții de repaus, se poate asigura pe durate de ordinul secundelor iar în condiții de mișcare relativă, pe durate de ordinul zecimilor de secundă [11]. Cu toate acestea, modelarea este necesară pentru ca în ideea măririi eficienței ungerii a cărei limită este reprezentată de situația ideală mai sus menționată, trebuie cunoscute locurile în care se poate acționa.

Astfel, revenind la (11) — (13), pentru regimul la limită, sarcina normală δN pe unitatea de suprafața în contact la limită metalic, este preluată prin pelicula de lubrifiant în contact, deci :

$$\delta N = p_{lb} \cdot \delta A_{lb} \tag{47}$$

iar sarcina normală δN pe unitatea de suprafață în contact prin intermediul peliculei de lubrifiant va fi :

$$\delta N = p'_{lb} \cdot \delta A'_{lb} \tag{48}$$

În acest caz, $x_{lb}/x_m = \infty$ iar din fig. 6 rezultă că raportul

$$C_2 = p_{lb}/p_m \in [0{,}1 - 0{,}5].$$

Sarcina normală suportată de contact în condiții de echilibru este :

$$N = p_{lb} \cdot A_{lb} + p'_{lb} \cdot A'_{lb} \tag{49}$$

iar forța de frecare statică :

$$F_{st} = \tau_{flb} \cdot A_{lb} + \tau_{flb} \cdot A'_{lb} \tag{50}$$

Întrucît variația presiunii în pelicula de lubrifiant nu aduce modificări importante în mărimea tensiunii la forfecare în fluid, se poate scrie :

$$\mu_{st} = \frac{F_{st}}{N} = \frac{\tau_{flb}(A_{lb} + A'_{lb})}{p_{lb}\left(A_{lb} + \frac{p'_{lb}}{p_{lb}} A'_{lb}\right)} \simeq \frac{\tau_{flb}}{p_{lb}} \tag{51}$$

ceea ce duce la o relație similară pentru regimul de ungere la limită, cu legea frecării uscate a lui Bowden și Tabor [6]. Ar rezulta că valoarea

coeficientului frecării la limită este o funcție de calitatea lubrifiantului, ar valoarea lui aparține domeniului $[4 * 10^{-3} - 4 * 10^{-2}]$.

Desigur că în realitate, un asemenea rezultat nu s-ar putea obține experimental, motivele fiind legate de mai multe aspecte :

* modelul în care asperitățile nu se găsesc în contact iar pelicula dintre ele nu este hidrodinamic portantă, este un caz greu de realizat și de asigurat ; contacte între microrugozități au loc permanent ;

* la nivelul suprafețelor de contact au loc reacții între oxizii metalelor și substanțele active din lubrifiant ; în structurile anizotrope chimic și fizic se stabilesc astfel legături intermloleculare mai ferme [7].

Cu toate acestea, utilitatea stabilirii unui model, cît mai apropiat de cel real este un deziderat necesar a fi atins în studiile din domeniul frecării.

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian, A. Pascu*, Lagăre și ghidaje pentru aparate, Ed. Academiei, 1980
2. *T. Demian*, Contribuții la studiul și încercarea lagărelor pentru vîrfuri, Teză de doctorat, București, 1969
3. *T. Demian*, Elemente constructive pentru mecanica fină, Ed. Didactică și Pedagogică, 1980
4. *D. Pavelescu, M. Musat, A. Tudor*, Tribologie, Ed. Didactică și Pedagogică, 1977
5. *E. Rabinowicz*, Friction and Wear of Materials, J. Willey — New York, 1965
6. *F. P. Bowden, D. Tabor*, The Friction and Lubrication of Solids, Oxford, 1964
7. *I. Iliuc*, Tribologia straturilor subțiri, Ed. Academiei, 1974
8. *T. Mathia, J. M. Georges*, Wear initialization of bou ,dary lubricated surfaces, Wear, vol. 50/1978, p. 186—193
9. *K. Fujiwara*, A method of observing the area of contact and mechanical breackdown of a surface film, Wear, vol. 26/1973, p. 412—418
10. *T. Demian, I. Stiharu*, Aspecte privind lagărele de mecanică fină in regim mixt de ungere, Comefin, 1982
11. *W Korniluk* ș. a., Tribological aspects of surface layer formation, Eurotrib, 1981,
12. *G. R. Higginson*, Squeeze films between compliant solids, Wear, vol. 46/1978, p. 387—395
13. *H. E. Hintermann*, Wear resistant coatings for bearing applications, Wear, vol. 48/197, p. 226—236
14. *E. A. Hamza*, A fluid film squeezed between two rotating parallel planing surfaces, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, 1985, vol. 107, p. 110—115
15. *S. Kato, E. Marui, S. Senda* The influence of lubricants on static friction characteristics under boundary lubrication, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, 1985, vol. 107, p. 188—194
16. *T. Ihara, M. C. Show, B. Bhushan*, A finite element analysis of contact stress and strain in an elastic film on a rigid substrate, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, 1986, vol. 108, p. 527—539

A Mathematical Model of the Friction in Boundary and Mixed Lubrication

The purpose of the paper is to present a new boundary lubrication model for the static friction, based on the contact mechanism of the microasperities. There is specified the relationship of an adimensionalised parameter which ascertains the lubricant thickness and the geometric configuration of the surfaces, values with an important contribution in this lubrication regime.

C.Z.: 621—272
621—975

ASUPRA UTILIZĂRII ARCURILOR CONICE PENTRU IZOLAREA FUNDAȚIILOR DE CIOCANE DE FORJE

E. DECIU, AL. DARABONT, V. CEAUȘU, N. ENESCU, FILOFTEIA CEAUȘU, I. IORGA, N. BUDĂU*

Se studiază posibilitatea utilizării arcurilor conice la izolarea fundațiilor ciocanelor de forje în comparație cu arcurile cilindrice. Se stabilesc relații pentru forță și deformație în funcție de lucrul mecanic de deformație. De asemenea, se studiază vibrațiile neliniare ale arcurilor conice pe baza datelor experimentale.

În lucrare se studiază posibilitatea utilizării arcurilor conice la fundațiile de ciocane de forje.

Arcurile conice sînt supuse la compresiune și din datele experimentale rezultă că în prima etapă se comportă liniar, apoi neliniar, din cauza contactului dintre spire. Curba caracteristică elastică prezintă o neliniaritate mai pronunțată cu cît conicitatea este mai mare.

Stabilirea ecuației curbei caracteristice se face separat pentru cele două zone.

Pentru porțiunea liniară ecuația curbei caracteristice elastice are forma:

$$y = mx = x \operatorname{tg} \alpha \tag{1}$$

unde $m = \operatorname{tg} \alpha = b/a_0$.

Caracteristica neliniară se aproximează cu o curbă de gradul al doilea. În punctul de abscisă a_0 cele două curbe trebuie să aibă aceeași ordonată b și aceeași tangentă; curba de gradul al doilea se determină cu metoda celor mai mici pătrate ale abaterilor față de valorile experimentale.

Ecuația de gradul al doilea este:

$$y = Ax^2 + Bx + C \tag{2}$$

Cu condițiile:

$$x = a_0; \quad y = b \quad \text{și} \quad dy/dx = \operatorname{tg} \alpha = k \tag{3}$$

se obține:

$$y = A(x - a_0)^2 + k(x - a_0) + b. \tag{4}$$

* Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică

Pentru a calcula coeficientul A se pune condiţia de minim a abaterii medii pătratice, $\partial\delta^2/\partial A = 0$, unde s-a notat :

$$\delta^2 = \sum_i [y(x_i) - y_i]^2. \tag{5}$$

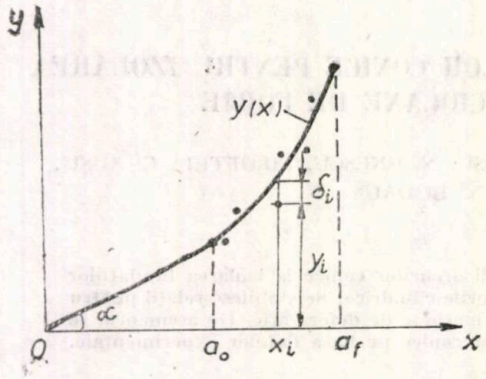


Fig. 1

Rezultă :

$$A = -k \frac{\sum_i (x_i - a_0)^3}{\sum_i (x_i - a_0)^4} + \frac{\sum_i (y_i - b)(x_i - a_0)^3}{\sum_i (x_i - a_0)^4}. \tag{6}$$

Calculele se efectuează pentru o curbă elastică experimentală prezentată în figura 1, unde $a_0 = 26$ mm şi $b = 400$ daN. Se deduc :

$$m = 15{,}385 \quad \text{şi} \quad A = 0{,}532. \tag{7}$$

Rezultă ecuaţiile curbelor :

$$\left.\begin{aligned} y &= 15{,}385x \qquad\qquad x \in [0\,;\ 26] \\ y &= 0{,}53x^2 - 12{,}18x + 358{,}28 \quad (x \geqslant 26). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Pentru a compara din punct de vedere mecanic arcul conic şi cel cilindric, se consideră un arc cilindric care are aceeaşi caracteristică elastică ca şi arcul conic pe prima porţiune (liniară).

Se consideră că un arc conic este echivalent cu unul cilindric dacă amîndouă efectuează într-un ciclu, acelaşi lucru mecanic de deformaţie. În aceste condiţii se stabileşte deformaţia arcului cilindric şi forţa corespunzătoare.

Lucrul mecanic pentru porţiunea liniară este :

$$L_0 = \frac{1}{2} a_0 b = 5200 \text{ daN mm}. \tag{9}$$

Lucrul mecanic pe porţiunea neliniară, unde amplitudinea deformaţiei $a_i \in [a_0\,;\ a_f]$, adică $a_i \in [26\,;\ 52]$, este :

$$L_i = \int_{a_0}^{a_i} f(x)\,dx = \int_{a_0}^{a_i} (Ax^2 + Bx + C)\,dx = 0{,}176a_i^3 - 6{,}09a_i^2 + 358{,}26a_i - 8303{,}53 \tag{10}$$

Amplitudinea deformaţiei a_i' a arcului liniar echivalent se calculează punînd condiţia ca lucrul mecanic total $L_{i\,\text{tot}}$ să fie egal.

Pentru arcul neliniar se obține :

$$L_{i\,\mathrm{tot}} = L_0 + L_i = L_0 + \int_{a_0}^{a_i} f(x)\,\mathrm{d}x \tag{11}$$

iar pentru arcul liniar se deduce :

$$L_{i\,\mathrm{tot}} = \frac{1}{2}\,a_i' y_i' = \frac{1}{2}\,a_i'^2\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}\,m a_i'^2. \tag{12}$$

Rezultă amplitudinea deformației pentru arcul cilindric echivalent :

$$a_i' = \sqrt{\frac{2L_{i\,\mathrm{tot}}}{m}}. \tag{13}$$

Pentru a compara cele două arcuri din punctul de vedere al forțelor, se calculează pentru arcul neliniar :

$$F_i = 0{,}53a_i^2 - 12{,}18a_i + 358{,}28 \tag{14}$$

și pentru arcul cilindric echivalent :

$$F_i' = ka_i' = 15{,}385a_i'. \tag{15}$$

Cu aceste relații s-au trasat diagramele din figurile 2 și 3, care exprimă

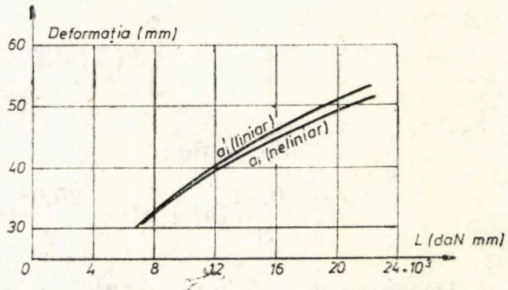


Fig. 2

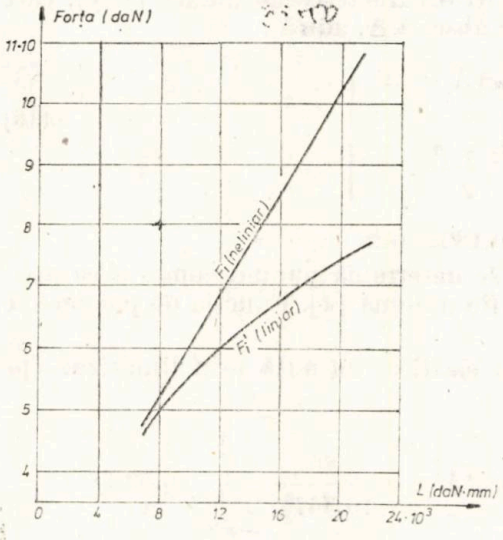


Fig. 3

dependența deformației și a forței de lucrul mecanic. Se observă că pentru arcul conic la același lucru mecanic deformația este mai mică, dar forța este mai mare.

Pentru studiul vibrațiilor unei fundații suspendate pe arcuri conice, se adoptă, ca o primă aproximație, modelul cu un grad de libertate.

În ceea ce privește forța statică de încărcare a unui arc se acceptă, în analogie cu arcurile cilindrice, că această forță este $F_{st} = F_{\max}/2$, unde $F_{\max}$ este forța de încărcare a arcului conic corespunzătoare culcării spirelor. Avînd forța F_{st} se poate calcula forța statică pe o cutie cu arcuri și în final numărul de cutii.

Pentru studiul vibrațiilor fundației se ține seama de recomandarea ca amplitudinea vibrațiilor să nu depășească $a_1 = 5$ mm [2]. Vibrația, care se produce în domeniul neliniar al arcului, are loc în jurul poziției de încărcare statică și amplitudinea de compresiune este a_1. Pentru arcul încercat rezultă $F_{st} = 600$ daN și $x_{st} = 36$ mm.

În vederea efectuării calculelor. se face o translație a axelor, alegînd ca origine punctul de pe curbă care are coordonatele $x = 36$; $y = 600$. Funcția $f(x)$ devine $F(x)$:

$$F(X) = f(X + 36) - F_{st} \tag{16}$$

care în cazul experimental studiat devine:

$$F(X) = 0{,}53X^2 + 25{,}98X. \tag{17}$$

Pentru calculul amplitudinii a_2 la deplasarea în sens contrar se pune condiția ca lucrul mecanic efectuat de sistemul elastic să fie același în cele două sensuri față de poziția de echilibru static [4]:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{a_2}^{a_1} F(X)\,\mathrm{d}X = 0 \\ &\text{de unde:} \\ &\frac{0{,}53}{3}(a_1^3 + a_2^3) + \frac{25{,}98}{2}(a_1^2 - a_2^2) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Deoarece $a_1 = 5$ mm, rezultă $a_2 = 5{,}367$ mm.

Pentru studiul vibrației se urmărește liniarizarea curbei caracteristice neliniare $F(X)$, înlocuind-o printr-o caracteristică liniară $f^*(X)$, care să treacă prin centrul oscilațiilor de abscisă Δ, adică:

$$\left.\begin{aligned} &f^*(X) = \omega^2(X + \Delta) \\ &\text{unde:} \\ &\Delta = \frac{a_2 - a_1}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

În cazul experimentat $\Delta = 0{,}1835$ mm.

Caracteristica elastică liniară se determină punînd condiția ca abaterea medie pătratică ponderată să fie minimă [4]. Funcția de pondere se alege $(X + \Delta)$.

Efectuînd calculele, constanta elastică obținută prin liniarizare pe domeniul $[-a_2, a_1]$ este:

$$K = \frac{80}{(a_1 + a_2)^5}\int_{a_2}^{a_1} F(X)\,(X + \Delta)^3\,\mathrm{d}X = \frac{80}{10{,}367^5}\int_{-5{,}367}^{5} (0{,}53X^2 + 25{,}98X)\,(X + 0{,}1835)^3\,\mathrm{d}X = 25{,}78 \text{ daN/mm}. \tag{20}$$

Cu ajutorul constantei elastice K se poate calcula pulsaţia proprie a sistemului oscilant :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \tag{21}$$

unde m este masa sistemului oscilant.

Pulsaţia proprie ω serveşte la calculul de verificare la rezonanţă.

BIBLIOGRAFIE

1. *D. D. Barkan*, Dynamics of Bases and Fundation, McGraw-Hill Book Comp., New-York, 1962.
2. *G. Buzdugan*, Izolarea antivibratorie a maşinilor, Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1980.
3. *C.M. Harris, C.E. Crede*, Şocuri şi vibraţii, vol. I—III, Ed. Tehnică, Bucureşti, (trad. din l. engleză).
4. *Ya. Panovko*, Elements of the Applied Theory of Elastic Vibration, Ed. Mir, Moscova, 1971.
5. *E. Rausch*, Maschinen Fundamente und andere dynamische beanspruchte Baukonstructionen, 3 Auflage, VDI Verlag, Düsseldorf, 1959 ; Ergänzungsband 1968.

Sur l'utilisation des ressorts coniques pour l'isolation des fondations des marteaux mécaniques

On étudie la possibilité d'utiliser des ressorts coniques pour l'isolation des fondations des marteaux mécaniques en comparaison avec les ressorts cylindriques. On établie des relations pour la force et la déformation. De même, on étudie les vibrations non-linéaires des ressorts coniques en utilisant les données expérimenteaux.

C.Z: 666.3.022

STUDIUL PRAGULUI DE CURGERE PENTRU PASTELE CERAMICE

GH. IORDACHE, GH. ENE, T. SIMA*

Pragul de forfecare reprezintă o mărime importantă pentru caracterizarea reologică a pastelor ceramice.

În lucrare se prezintă determinarea pragului de forfecare, în funcție de umiditatea pastei, pentru diferite tipuri de argile utilizate curent pentru obținerea produselor din ceramică (faianță, gresie, placaj ceramic, etc.).

Stadiul actual al teoriei mașinilor pentru prelucrarea materialelor ceramice nu reflectă corect fenomenele care au loc în timpul procesului de lucru. Această stare de lucruri se datorează în principal neluării în considerare a curgerii și deformării materialului supus prelucrării. În relațiile cunoscute reologia materialului nu este luată în considerare. Comportarea amestecurilor de argilă și apă poate fi caracterizată de una din relațiile [1—4];

$$\tau = m\mathcal{R}^{\nu} \qquad \text{(Ostwald de-Waele)} \qquad (1)$$

$$\tau - \tau_0 = \eta_{pl}\mathcal{R} \qquad \text{(Bingham)} \qquad (2)$$

$$\tau = A\,\mathcal{R} + B\mathcal{R}^{\nu} \qquad \text{(Sisko)} \qquad (3)$$

$$\tau = \tau_0 + (\eta_{pl}\mathcal{R})^{\nu} \qquad \text{(Herschel — Bulkley)} \qquad (4)$$

Amestecurile de apă cu argilă (procent ridicat de apă), ca de exemplu apa rîurilor, pot fi caracterizate de relația (1) utilizată în special pentru fluidele pseudoplastice. Tot pentru reprezentarea comportării amestecurilor cu procent ridicat de lichid pot fi folosite și modelele matematice prezentate de relațiile (3) și (4). În cazul amestecurilor cu procent redus de apă (pastele de argilă) relația lui Bingham este modelul matematic care se apropie cel mai mult de realitate. În prelucrarea pastelor ceramice procentul de apă depinde de procedeul utilizat. Astfel la un conținut de 32—38 % apă prelucrarea se face prin turnare în forme de ipsos, pentru 18—24 % produsele ceramice se obțin prin extrudare (prese cu melc), iar sub 10—12 % pasta ceramică se prelucrează prin presare (prese fără melc).

Este cunoscut faptul că fluidele de tip Bingham prezintă un prag de curgere [τ_0, din relația (2)]. Sub această valoare a tensiunii de forfecare fluidul se comportă ca un solid. Curgerea începe doar după depășirea acestui prag.

În această lucrare ne-am propus să determinăm pragul de curgere pentru două tipuri de argile și un tip de caolin.

---

* Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Asist. ing., catedra Utilaj tehnologic

Aparatura folosită

Pentru determinările experimentale s-a construit un aparat simplu (fig. 1).

Pasta ceramică este introdusă în doi cilindri metalici, așezați unul peste altul. Cilindrul inferior este fixat pe o placă prevăzută cu un scripete. Cilindrul superior este legat, prin intermediul unui fir flexibil trecut peste scripete, de un platan ce poate fi încărcat progresiv cu greutăți. Diametrul celor doi cilindri suprapuși, a fost de 52 mm (aria secțiunii transversale a cilindrilor, $S = 21{,}237$ cm^2).

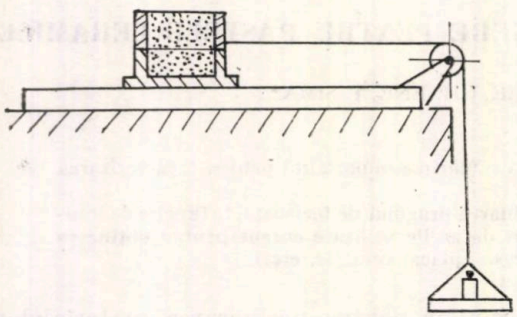


Fig. 1 — Aparatul pentru determinarea pragului de forfecare

Caracterizarea materialelor studiate

S-au ales două tipuri de argile și un tip de caolin utilizate la Intreprinderea CESAROM pentru obținerea plăcilor de faianță și gresie.

Materialele cercetate au fost:

— argilă caolinoasă, sort A, pentru construcții, Jugănaru (N.I. 179/70);

— argilă caolinoasă, sort A, pentru construcții, Defcea (N.I.179/70);

— caolin, calitatea D, Arghirești.

Caracterizarea acestor trei tipuri de materiale a fost făcută prin determinarea greutății specifice intrinseci, greutății specifice în grămadă și stabilirea suprafeței specifice (tabelul 1).

Tabelul 1

	Gr. spec. intrinsecă, ρ, [kg/m^3]	Gr. spec. în grămadă ρ_g, [kg/m^3]	Supraf. specifică[1] S_{sp}, [cm^2/g]	Diametrul mediu[2] d_m [cm]	Reziduul pe sită de 4900 [ochi/cm^2] R 009
Jugănaru	1.734	720	4.542	$7{,}62 \times 10^{-4}$	50
Defcea	1.818	620	2.692	$1{,}225 \times 10^{-3}$	32
Arghirești	1.680	620	2.305	$1{,}549 \times 10^{-3}$	52

1. Determinată cu permeabilimetru Blaine.

2. Calculat cu relația $d_m = \dfrac{6}{\rho\, S_{sp}}$

Modul de lucru

Prepararea pastei ceramice s-a făcut prin amestecarea unui volum stabilit de pulbere de material cu un procent de apă ale cărei limite, inferioară și superioară, au fost stabilite prin încercări. Volumele de material și de apă au fost măsurate cu ajutorul unui cilindru gradat. Pentru evi-

tarea falsificării rezultatelor din cauza tasării pulberii de material în cilindru, s-au efectuat și verificări de greutate, prin cîntărirea cilindrului. Limita inferioară a procentului de umiditate a fost considerată în momentul cînd pasta avea consistență, amestecul nu mai era friabil. Limita superioară a procentului s-a considerat atinsă în momentul în care pulberea nu mai absorbea toată apa (pasta era saturată).

Pasta odată obținută a fost introdusă în cei doi cilindri suprapuși, după care aceștia au fost fixați în locașul de pe placă. Prin încărcarea progresivă cu greutăți (bile Ø 5) a platanului s-a stabilit momentul începerii deplasării cilindrului superior în raport cu cel inferior (momentul începerii forfecării materialului). Prin cîntărire s-a aflat greutatea la care s-a atins pragul de curgere. Pentru o precizie cît mai ridicată încercările au fost repetate de trei și patru ori, refăcîndu-se complet proba. Această soluție s-a adoptat ca urmare a observației că materialul odată forfecat, pragul de curgere scădea foarte rapid (la o nouă încercare pe aceeași probă).

Rezultate experimentale

Cunoscînd greutatea la care a început forfecarea materialului se poate calcula pragul de forfecare cu relația :

$$\tau_0 = \frac{G}{S} \tag{5}$$

Procentele de umiditate cu care s-a lucrat și rezultatele obținute, pentru cele trei tipuri de materiale sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Nr. crt.	Jugănaru			Defcea			Arghirești		
	u [%]	G [daN]	τ_0 dyne/cm²	u [%]	G [daN]	τ_0 [dyne/cm]	u [%]	G [daN]	τ_0 [dyne/cm²]
1	28,33	1,950	91.820	23,3	1,267	59.659	33,33	1,050	49.441
2	30,83	1,350	63.568	28,0	1.216	57.258	36,66	0,629	29.617
3	33,33	1,091	51.325	30,66	0,560	26.368	40,0	0,487	22.931
4	35,83	0,910	42.849	32,66	0,408	19.211	43,33	0,350	16.480
5	38,33	0,803	37.811	34,66	0,263	12.383	46,66	0,258	12.148
6	40,83	0,661	31.125	38.0	0,165	7.769	49.44	0,207	9.747
7	44,16	0,512	24.108	41,33	0,080	3.766	52,66	0,020	941
8	46,66	0,438	20.624	44,66	0,095	4.473	—	—	—
9	49,16	0,330	15.538	—	—	—	—	—	—
10	51,66	0,256	12.054	—	—	—	—	—	—
11	54,16	0,172	8.099	—	—	—	—	—	—
12	56,66	0,225	10.594	—	—	—	—	—	—
13	58,16	0,200	9.417	—	—	—	—	—	—

Din studierea tabelului se observă că argila Jugănaru atinge limita de saturare mult mai greu decît celelalte două materiale.

Reprezentînd grafic dependența pragului de forfecare funcție de umiditate (fig. 2) se pot trage o serie de concluzii interesante.

Concluzii

Din analiza curbelor obținute se pot stabili următoarele :

1. Există materiale, care își păstrează consistența la umiditate redusă (Defcea) la care variația pragului de curgere, în aceste condiții, este lentă. Aceasta poate fi explicată prin frecarea uscată între particulele solide (procentul de apă fiind insuficient pentru a asigura frecarea umedă).

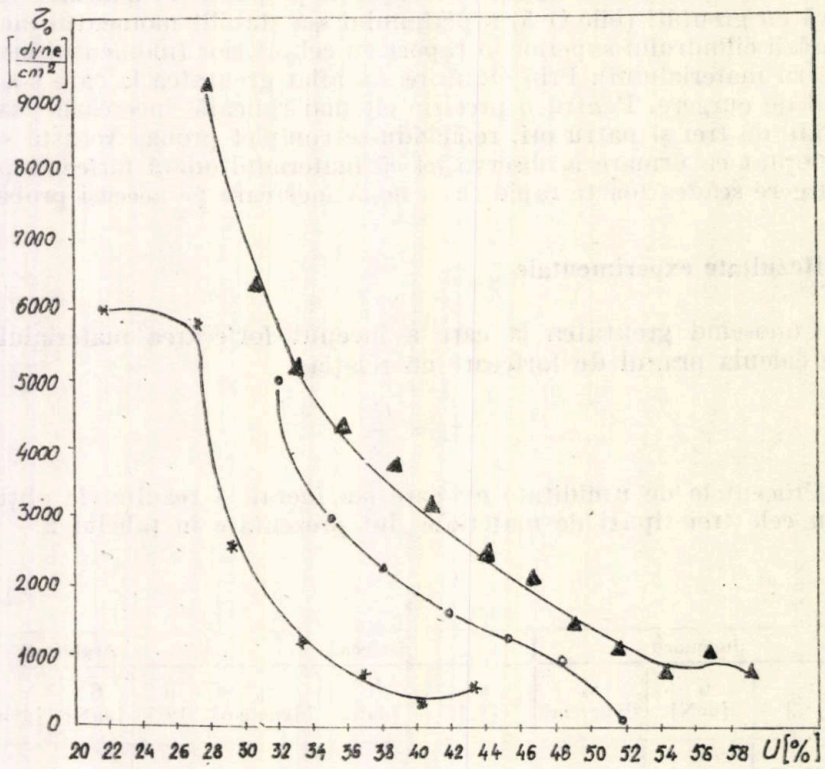


Fig. 2 — Dependența pragului de forfecare de umiditatea pastei, pentru diferite tipuri de argilă
▲ Argilă Jugănaru * Argilă Defcea ● Caolin Arghirești

2. Pe măsură ce procentul de umiditate crește, variația devine tot mai rapidă). (v. toate cele trei curbe). S-a trecut deci la frecarea umedă dintre particulele solide, lichidul jucînd rol de „lubrifiant".

3. Pe măsură ce ne apropiem de limita de saturare, panta curbei scade rapid. Intervine tensiunea lichidului care încearcă să împiedice forfecarea materialului.

4. La un procent ridicat al componentului lichid, în apropierea limitei de saturare, la unele materiale (Defcea, Jugănaru) apar și fenomene de instabilitate. Acestea s-ar putea datora unor legături de natură chimică dintre particulele solide și apă.

5. În anumite limite ale procentului de apă comportarea celor trei tipuri de materiale este asemănătoare.

Ca o concluzie generală se observă influența deosebită a procentului de umiditate din pasta ceramică, asupra pragului de curgere.

Listă de notații

τ — tensiune de forfecare;
τ_0 — tensiunea de forfecare limită de curgere (prag de curgere);
m, ν — caracteristici reologice din relația Ostwald de-Waele;
$\mathfrak{R}$ — gadient de viteză (reopantă);
A, B — constante de material;
η_{ipl} — viscozitatea materialului;
G — greutatea la care se atinge pragul de curgere
S — secțiunea cilindrilor pentru probe;
d_m — diametrul mediu al particulei;
ρ — greutatea specifică intrinsecă;
S_{sp} — suprafața specifică.

BIBLIOGRAFIE

1. *S.P. Niciporenko*, Osnovî vaprosî teorii protesov obrabotki i formouvania keramiceski mass, Izd. Akademii Nauk Ucrainskii, Kiev, 1960.
2. *J.R., Van Wazer, J.W. Lyone, K.J. Kim, R.E. Colwell*, Viscosity and Flow Meàsurement Ed. John Wiley, New York — London, 1963.
3. *E.O. Reher, D. Haroske, K. Köhler*, Chemische Technik, vol. 21, nr. 3, 1969, p. 137—143.
4. *M. Venedini, G. Margaritora*, Rheologica Acta, vol. 13, nr. 2, 1974, p. 289—295.
5. *O. Lauer*, Grain Size Measurements on Commercial Powders, Firma Alpine A.G., Augsburg, p. 91.

The Shearing Threshold Study for Ceramic Pastes

The shearing threshold represent an important amount for rheologycal behaviour of ceramic pastes.

In this study the shearing threshold is presented, in connection with the humidity paste, for several clays usual used in making ceramic products (crockery, sandstone, ceramic playboa rd etc.).

C.Z: 621—233
621.896

LAGĂRE CILINDRICE RADIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE CU LUBRIFIANT GAZOS

T. DEMIAN, A. PASCU, DANA GRECOV *

Lagărele cu canale spirale, derivate din lagărele în treaptă, oferă avantajul unei portanțe sporite și a unei comportări dinamice mai stabile, în comparație cu lagărele convenționale. Lucrarea prezintă rezultatele concrete ale calculului distribuției de presiuni din lagăr, utilizînd o metodă de calcul analitico-numerică. Ipoteza simplificatoare considerată este cea a unui număr mare de canale pe suprafața lagărului astfel încît distribuției de presiuni îi corespunde o variație continuă.

1. Introducere

Cu toate avantajele remarcabile pe care le prezintă lagărele cilindrice netede, radiale, autoportante, în raport cu lagărele convenționale, acestea își găsesc în practică o utilizare limitată datorită instabilității în funcționarea la turații mari. Compresibilitatea lubrifiantului gazos face ca portanța să nu crească liniar cu viteza, rezultînd astfel și o limitare asimptotică a capacității de încărcare. Unul din tipurile de lagăre care pot depăși aceste inconveniente îl reprezintă lagărul cilindric cu canale spirale, care este prezentat în continuare. El reprezintă o variantă a lagărului în trepte (lagărul Rayleigh), la care în plus, datorită înclinării canalelor se obține un efect de pompaj care sprijină formarea suprapresiunilor. În plus, efectul compresibilității (care reduce și limitează presiunile) se manifestă la turații mult mai ridicate decît într-un lagăr neted [1] astfel încît capacitatea de încărcare a lagărului cu canale spirale poate fi de cîteva ori mai mare decît a lagărelor autoportante obișnuite. Prin distribuția de presiuni mai complexă care există în aceste lagăre se asigură și o îmbunătățire evidentă a stabilității.

2. Rezolvarea analitico-numerică a ecuației presiunilor

Modelul matematic de la care s-a pornit pentru rezolvarea analitico-numerică a ecuației presiunilor este cel stabilit de Vohr și Chow [3], bazat pe următoarele ipoteze:

— deplasările centrului arborelui față de centrul lagărului sînt reduse (excentricitatea relativă $\varepsilon = e/c \leqslant 0{,}3$, unde: e — excentricitatea; c — jocul din lagăr);

* Prof. dr. docent; Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică fină; Ing. Întreprinderea de echipamente periferice Vălenii de munte.

— numărul de canale N este foarte mare (teoretic infinit), astfel încît variațiile locale de presiune la nivelul trecerii de la zona de plin la cea de gol pot fi neglijate; (ipoteza „netezirii" distribuției de presiuni — fig. 2).

Geometria lagărului cu canale spirale analizat este prezentată în figura 1, iar aspectul distribuției de presiuni, în figura 2.

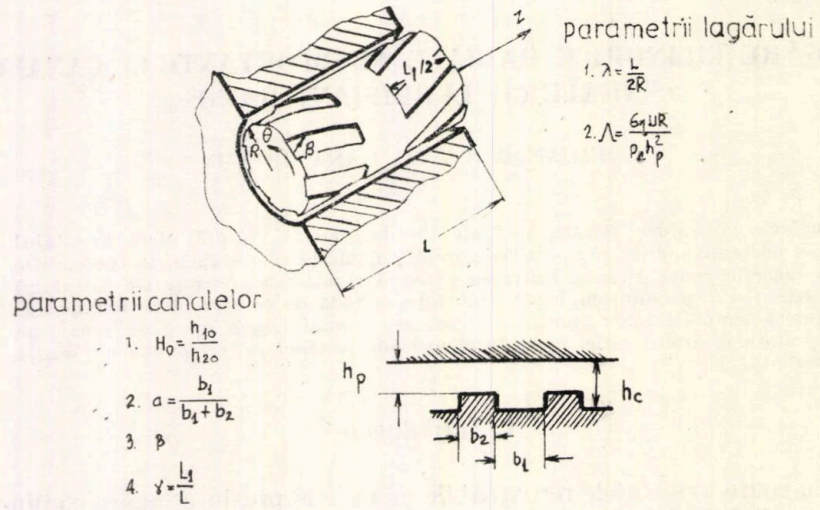


Fig. 1 — Geometria lagărului cilindric cu canale spirale

După cum rezultă din fig. 2, gradientul presiunii prezintă în realitate o discontinuitate la limita de separare canal-plin, consecință a discontinuității interstițiului. În ipoteza numărului infinit de canale lățimea fiecărei perechi de zone plin-gol devine foarte mică (tinde către zero) astfel încît distribuția de presiune poate fi aproximată printr-o funcție continuă — reprezentată cu linie întreruptă în fig. 2.

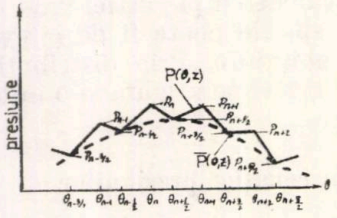


Fig. 2 — Distribuția de presiuni circumferențială în lagărul cilindric cu canale spirale (p — distribuția reală; $\bar{p}$ — distribuția aproximativă, „netezită")

Evoluția gazului în interstițiul fus-cuzinet se consideră izotermă. Pentru, obținerea ecuației diferențiale a presiunilor, $\bar{p}(\theta, z)$, se pornește de la analiza continuității curgerii într-un element de lagăr, incluzînd un plin și un gol în următoarele ipoteze:

— modificarea totală a presiunii în zona plin-gol este egală cu suma modificărilor de presiune în zona plinului și respectiv a

canalului :

$$p_{n+\frac{1}{2}} - p_{n-\frac{1}{2}} = \int_{\theta_{n-1}}^{\theta_{n+\frac{1}{2}}} \frac{\partial p_c}{\partial \theta} \mathrm{d}\theta + \int_{\theta_n}^{\theta_{n+\frac{1}{2}}} \frac{\partial p_p}{\partial \theta} \mathrm{d}\theta \tag{1}$$

— deoarece numărul de canale tinde către infinit iar lăţimea canalelor b_1 devine foarte mică, expresiile de sub integrale pot fi socotite constante pe domeniul de integrare ;

— se presupune că nu există variaţii de presiune la trecerea prin zone de separaţie canal-plin :

$$\frac{1}{R}\cos\beta\,\frac{\partial p_c}{\partial\theta} + \sin\beta\,\frac{\partial p_c}{\partial z} = \frac{1}{R}\cos\beta\,\frac{\partial p_p}{\partial\theta} + \sin\beta\,\frac{\partial p_p}{\partial z} \tag{2}$$

— debitul masic normal pe suprafaţa canal-plin este continuu la trecerea prin această suprafaţă :

$$(M_\theta)_c \cdot \sin\beta - (M_z)_c \cdot \cos\beta = (M_\theta)_p \cdot \sin\theta - (M_z)_p \cdot \cos\beta \tag{3}$$

unde M_θ şi M_z sînt debitele masice în direcţia θ şi z, iar indicele c corespunde canalului (zona de gol) iar indicele p corespunde zonei de plin.

În analiza volumului elementar din figura 3 este mai convenabilă utilizarea coordonatelor locale oblice ζ şi η, legate de coordonatele rectangulare θ şi z prin relaţiile :

$$\zeta = \theta - \frac{z \cdot \operatorname{cotg}\beta}{R}\ ; \qquad \eta = \frac{z}{\sin\beta}. \tag{4}$$

Scriindu-se ecuaţia de conservare a debitului masic în volumul V, limitat de suprafeţele ΔS_{ζ_n}, $\Delta S_{\zeta_{n+1}}$, ΔS_η, $\Delta S_{\eta+\Delta\eta}$ şi operînd în plus schimbarea de variabilă :

$$\theta^* = \theta - \omega_3 \cdot t \tag{5}$$

unde ω_3 — viteza unghiulară de precesie a centrului arborelui, rezultă ecuaţia diferenţială pentru $\bar{p}(\theta^*, z)$. Această ecuaţie se rezolvă prin liniarizarea funcţiei $\bar{p}(\theta^*, z)$ şi a debitelor masice în raport cu excentricitatea relativă $\varepsilon = e/c$,

$$\bar{p}(\theta^*, z) = \bar{p}_0(z) + \varepsilon \cdot \bar{p}_1(\theta^*, z) + \ldots (0)\varepsilon^2 \tag{6}$$

$$(M_{xi})_{p,c} = (M_{xi})_{p_0,c_0} + \varepsilon(M_{xi})_{p_1,c_1} + \ldots (0)\varepsilon^2$$

unde x_i poate fi $x_i = 0$ şi $x_2 = z$. Termenii corespunzători lui ε de ordin superior sînt neglijaţi. Pentru determinarea primului termen $\bar{p}_0(z)$, după efectuarea înlocuirilor, ţinînd cont de condiţia la limită $\bar{p}_0(z) = p_a$ pentru $z = 0$ şi de condiţia de simetrie (debitul masic la centrul lagărului este nul), rezultă :

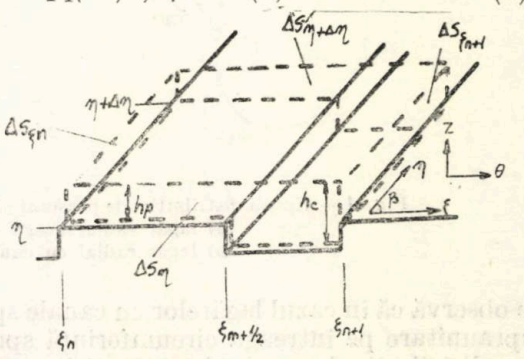


Fig. 3 — Volumul elementar cuprinzînd un canal şi un plin

$$p_0(z) = \left[\frac{\alpha(1-\alpha)6\mu(U-V)(H_0-1)(H_0^3-1)\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta}{\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2\sin^2\beta + H_0^3}\right]\cdot\alpha + p_a, \tag{7}$$

unde : $\alpha = b_1/(b_1 + b_2)$ — coeficientul lăţimii canalului ;
$H_0 = h_c/h_p$ — coeficientul de adîncime al canalului ;
p_a — presiunea atmosferică.

Ecuaţia corespunzătoare termenului liniar are forma :

$$L^2 \frac{C_1}{p_a} \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial z^2} + L \frac{C^2}{p_a} \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial z} + L \frac{C_3}{p_a} \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial z \partial \theta^*} +$$

$$+ \frac{C_4}{p_a} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial \theta^*} + \frac{C_5}{p_a} \frac{\partial^2 \bar{p}_1}{\partial \theta^{*2}} + C_6 \sin \theta^* + C_7 \cos \theta^* = 0 \qquad (8)$$

unde : coeficienţii C_i sînt funcţii liniare de z, independente de θ^*. Prin soluţionarea ecuaţiei de mai sus rezultă distribuţia de presiune.
Calculele numerice au fost efectuate pentru un lagăr caracterizat de următoarele mărimi :

$R = 10^{-2}$ m ; $L = 4 \cdot 10^{-2}$ m ; $N = 10$ canale ; $\omega_3 = 0$; $V = 8{,}33$ m/s

$h_c = 16 \cdot 10^{-6}$ m ; $h_p = 8 \cdot 10^{-6}$ m ; $\beta = 25{,}8°$.

Corespunzător aerului, cu $\mu = 1{,}96 \cdot 10^{-5}$ N s/m^2 $\rho = 1{,}226$ Kg/m^3 pentru parametrul Λ rezultă, $\Lambda = 9{,}8$.
Pentru rezolvarea numerică a ecuaţiei presiunilor s-a utilizat metoda diferenţelor finite, discretizîndu-se circumferinţa lagărului în 72 de puncte. Distribuţia de presiuni calculată la mijlocul lagărului, pentru $z = L/2$, este reprezentată grafic în fig. 4, comparativ pentru lagărul cu canale spirale şi un lagăr neted cu aceleaşi dimensiuni şi regim de lucru.

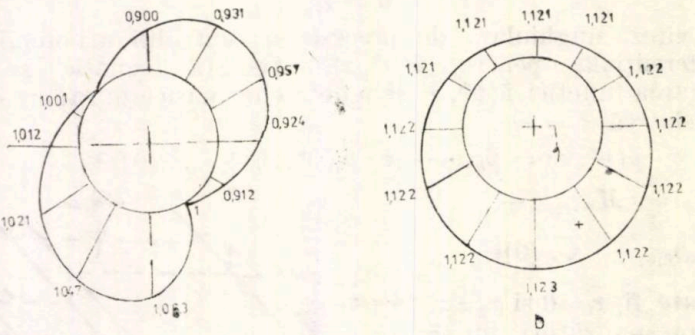


Fig. 4 — Epura distribuţiei de presiuni obţinută prin calcul numeric
a) lagăr radial neted
b) lagăr radial cu canale spirale

Se observă că în cazul lagărelor cu canale spirale în interstiţiu apar presiuni supraunitare pe întreaga circumferinţă spre deosebire de lagărul neted la care distribuţia de presiuni este antisimetrică, prezentînd o zonă de depresiuni. Această caracteristică a distribuţiei de presiuni din lagăr ilustrează clar şi mecanismul de sporire a stabilităţii dinamice, caracteristic lagărelor cu canale spirale.

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian, A. Pascu*, Lagăre și ghidaje pentru aparate, Editura Academiei R.S.R., 1980
2. *V. N. Constantinescu*, Aplicații industriale ale lagărelor cu gaze, Editura Academiei R.S.R. 1968.
3. *C. Vohr, H. Chow*, Caracteristicile lagărelor gazodinamice cu canale spirale, Trans. ASME oct. 1965, seria D.
4. *W. S. Dorn, Mc. Cracken*, Metode numerice cu programare în Fortran, Editura Tehnică București, 1976.

Spiralrillen, zilindrische dynamisch arbeitende Luftlager

Die Spiralrillenlager arbeiten ähnlich wie die Stufenquerlagern, in dem bieten eine grössere Tragfähigkeit und Stabilität. Diese Arbeit stellt stellt Berechnungsverfahren der Druckverteilung in ein solches Lager vor. Die angewendete analytischnumerische Rechengang betrachtet ein grossen Rillenanzahl so das die Druckverteilung geglattet ist.

C. Z: 621—752

CARACTERISTICILE ELEMENTELOR ELASTICE LINIARE TRIAXIALE

M. MUNTEANU*

În lucrare se determină caracteristica forță-deformație a unui element elastic liniar triaxial definit prin șase constante elastice.

Se determină apoi constantele elastice efective după direcțiile axelor sistemului de coordonate.

În cazul aplicării unor legături ce pot suprima deformațiile după una sau două direcții, au fost stabilite relațiile forțelor de reacțiune.

Este pus în evidență sistemul de axe principale ale elasticității unde caracteristica forță— deformație depinde numai de trei constante elastice principale independente.

În încheiere se analizează cazul particular al elementelor elastice biaxiale iar pentru exemplificare se consideră arcul elicoidal cilindric.

1. Introducere

Elementele elastice utilizate în construcția de mașini sînt supuse în general unor solicitări periodice complexe după direcții variabile. Spre exemplu, cînd elementele elastice individuale, combinate sau în blocuri sînt utilizate sub forma unor suporți izolatori, solicitările sînt atît periodice datorită maselor neechilibrate în mișcare cît și aleatoare datorate proceselor tehnologice. Din acest motiv, în multe situații este necesară utilizarea elementelor cu proprietăți elastice triaxiale.

Deoarece efectul izolatorilor de vibrații depinde de montajul realizat în raport cu configurațiile lor geometrice, stabilirea unui model mecanic adecvat pentru studiul vibrațiilor presupune cunoașterea caracteristicilor și proprietăților elementelor elastice triaxiale.

În lucrare sînt analizate elementele elastice liniare în care pot fi incluse și cele neliniare în ipoteza deformațiilor mici.

2. Parametrii unui element elastic triaxial

În general deformația unui element elastic sub acțiunea unei forțe nu are direcția forței. Pentru a determina în mod unic caracteristica forță-deformație a unui element elastic triaxial sînt necesari șase parametri de rigiditate și anume : constantele elastice K_x, K_y, K_z după direcțiile

* Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică

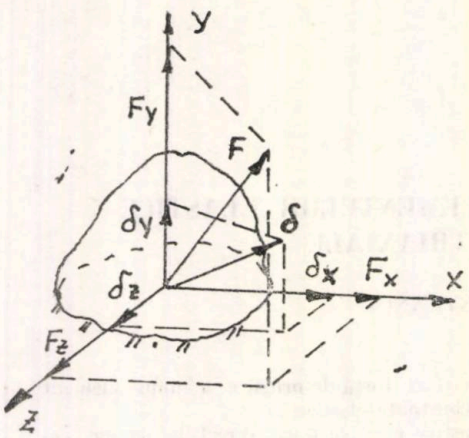


Fig. 1

Ox, Oy, Oz și constantele elastice de cuplare K_{xy}, K_{yz}, K_{zx}. O constantă elastică direcțională este definită prin raportul dintre proiecția forței pe direcția dată și deformația elementului după aceeași direcție, iar o constantă elastică de cuplare se definește prin raportul dintre proiecția forței după direcția indicată după primul indice și deformația rezultată după direcția indicată de al doilea indice.

În fig. 1 este reprezentat un element elastic triaxial unde forța F aplicată produce deplasarea δ. Conform cu definițiile date, se obțin relațiile liniare.

$$\begin{aligned} F_{xx} &= K_x\delta x; \quad F_{xy} = K_{xy}\delta y; \quad F_{xz} = K_{xz}\delta z \\ F_{yx} &= K_{yx}\delta x; \quad F_{yy} = K_y\delta y; \quad F_{yz} = K_{yz}\delta z \\ F_{zx} &= K_{zx}\delta x; \quad F_{zy} = K_{zy}\delta y; \quad F_{zz} = K_z\delta z \end{aligned} \tag{1}$$

unde $K_{xy} = K_{yx}$, $K_{yz} = K_{zy}$, $K_{zx} = K_{xz}$, $K_x = K_{xx}$, $K_y = K_{yy}$, $K_z = K_{zz}$.

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor rezultă

$$\begin{aligned} F_x &= F_{xx} + F_{xy} + F_{xz} \\ F_y &= F_{yx} + F_{yy} + F_{yz} \\ F_z &= F_{zx} + F_{zy} + F_{zz} \end{aligned} \tag{2}$$

Introducînd (1) și (2), cu notațiile

$$F = [F_xF_yF_z]^T; \quad \delta = [\delta x\delta y\delta z]^T$$

$$K = \begin{bmatrix} K_x & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_y & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

se obține relația matricială forță — deformație.

$$F = K\delta \tag{4}$$

Vectorul deformație δ ce rezultă în urma acțiunii forței F este

$$\delta = K^{-1}F \tag{5}$$

Aplicînd independent forțele F_x, F_y și F_z se obțin constantele elastice efective k_x, k_y, k_z. Relațiile de definiție ale constantelor elastice efective sînt:

$$k_x = \frac{F_x}{\delta x}; \quad k_y = \frac{F_y}{\delta y}; \quad k_z = \frac{F_z}{\delta z} \tag{6}$$

Considerînd $F_x \neq 0$, $F_y = 0$, $F_z = 0$, din ultimele două ecuaţii (4) se obţine

$$\delta y = \frac{K_{zx}K_{yz} - K_{yx}K_y}{K_yK_z - K_{yz}^2}\delta x\,; \quad \delta z = \frac{K_{yz}K_{xy} - K_{xz}K_y}{K_yK_z - K_{yz}^2}\delta x \tag{7}$$

Introducînd (7) în prima relaţie (4), din prima relaţie (6) rezultă

$$k_x = K_x + \frac{K_{zx}K_{yz} - K_{yx}K_y}{K_yK_z - K_{yz}^2}K_{xy} + \frac{K_{yz}K_{xy} - K_{xz}K_y}{K_yK_z - K_{yz}^2}K_{xz} \tag{8}$$

Pentru $F_x = 0$, $F_y \neq 0$, $F_z = 0$, din prima şi a treia ecuaţie (4) avem

$$\delta x = \frac{K_{xz}K_{yz} - K_{xy}K_z}{K_xK_z - K_{xz}^2}\delta y\,; \quad \delta z = \frac{K_{xy}K_{xz} - K_{zy}K_x}{K_xK_z - K_{xz}^2}\delta y \tag{9}$$

şi analog

$$k_y = K_y + \frac{K_{xz}K_{yz} - K_{xy}K_z}{K_xK_z - K_{xz}^2}K_{yx} + \frac{K_{xy}K_{yy} - K_{zy}K_x}{K_xK_z - K_{xz}^2}K_{yz} \tag{10}$$

Pentru $F_x = 0$, $F_y = 0$, $F_z \neq 0$ din prima ecuaţie (4) se obţine

$$\delta x = \frac{K_{xy}K_{yz} - K_{xz}K_y}{K_xK_y - K_{xy}^2}\delta z\,; \quad \delta y = \frac{K_{yx}K_{xz} - K_{yz}K_x}{K_xK_y - K_{xy}^2}\delta z \tag{11}$$

şi

$$k_z = K_z + \frac{K_{xy}K_{yz} - K_{xz}K_y}{K_xK_y - K_{xy}^2}K_{xz} + \frac{K_{yx}K_{xz} - K_{yz}K_x}{K_xK_y - K_{xy}^2}K_{zy} \tag{12}$$

3. Forţele de reacţiune din legături

Dacă elementul elastic se deformează numai de-a lungul forţei aplicate din motive de simetrie sau datorită unor legături, constanta elastică efectivă se obţine din relaţiile (4), anulînd deformaţiile după celelalte direcţii. Rezultă

$$\delta y = \delta z = 0 \Rightarrow k_x = \frac{F_x}{\delta x} = K_x\,; \quad \delta x = \delta z = 0 \Rightarrow k_y = \frac{F_y}{\delta y} = K_y$$

$$\delta y = \delta x = 0 \Rightarrow k_z = \frac{F_z}{\delta z} = K_z \tag{13}$$

Pentru a determina forţele din aceste legături, se observă că sistemul (4) poate fi pus sub următoarea formă explicită

$$F_x = k_x\delta x + \frac{K_zF_y - K_{yz}F_z}{K_yK_z - K_{yz}^2}K_{xz} + \frac{K_xF_z - K_{zy}F_y}{K_yK_z - K_{yz}^2}K_{xz} \tag{14}$$

$$F_y = k_y \delta y + \frac{K_z F_x - K_{xz} F_z}{K_x K_z - K_{xz}^2} K_{yx} + \frac{K_x F_z - K_{xz} F_x}{K_x K_z - K_{xz}^2} K_{yz} \tag{15}$$

$$F_z = k_z \delta z + \frac{K_y F_x - K_{xy} F_y}{K_x K_y - K_{xy}^2} K_{zx} + \frac{K_x F_y - K_{xy} F_x}{K_x K_y - K_{xy}^2} K_{zy} \tag{16}$$

Aplicînd o legătură ce suprimă mișcarea după direcția Ox, condiția $\delta x = 0$ aplicată relației (14) conduce la

$$N_x = \frac{F_y(K_{xy} - K_z - K_{zy}K_{zx}) + F_z(K_x K_{xz} - K_{xy}K_{yz})}{K_x K_y - K_{xy}^2} \tag{17}$$

ce reprezintă forța de reacțiune în direcția Ox necesară pentru a asigura o deplasare în planul yOz ca răspuns la o forță cu proiecțiile F_z și F_y.

Aplicînd condițiile $\delta x = 0$ și $\delta z = 0$ se obțin forțele de reacțiune ce apar în legăturile ce suprimă deformațiile după axele Ox respectiv Oz

$$N_y = \frac{F_x(K_z K_{yx} - K_{xz}K_{yz}) + F_z(K_x K_{yz} - K_{yx}K_{xz})}{K_x K_z - K_{xz}^2} \tag{18}$$

$$N_z = \frac{F_x(K_y K_{zx} - K_{xy}K_{zy}) + F_y(K_x K_{zy} - K_{xy}K_{zx})}{K_x K_y - K_{xy}^2} \tag{19}$$

Utilizînd prima ecuație, ecuațiile a doua și a treia a sistemului (4) se transcriu sub forma

$$\begin{aligned} F_y &= \left(K_y - \frac{K_{xy}^2}{K_x}\right)\delta y + \left(K_{yz} - \frac{K_{yx}K_{xz}}{K_x}\right)\delta z + F_x \frac{K_{yx}}{K_x} \\ F_z &= \left(K_{zy} - \frac{K_{xy}K_{xz}}{K_x}\right)\delta y + \left(K_z - \frac{K_{xz}}{K_x}\right)\delta z + F_x \frac{K_{zx}}{K_x} . \end{aligned} \tag{20}$$

Aplicînd o legătură ce suprimă deformațiile după direcțiile Oy și Oz, din condițiile $\delta y = \delta z = 0$ rezultă

$$N_x' = F_x \frac{K_{xy}}{K_x} \; ; \; N_z' = F_x \frac{K_{zx}}{K_x} \tag{21}$$

adică forțele de legătură necesare asigurării deformației după direcția Ox sub acțiunea forței F_x.

Procedînd analog se obține

$$N_x'' = F_y \frac{K_{xy}}{K_y} \; ; \; N_z'' = F_y \frac{K_{zy}}{K_y} \tag{22}$$

cînd deformația se întîmplă după direcția Oy și

$$N_x''' = F_z \frac{K_{xz}}{K_z} \; ; \; N_z''' = F_z \frac{K_{yz}}{K_z} \tag{23}$$

pentru deformația după direcția Oz.

4. Axele principale ale elasticității

Considerînd un sistem de referință $Ox'y'z'$ rotit față de sistemul inițial, există transformările

$$F = \alpha F' \qquad \delta = \alpha \delta' \tag{24}$$

unde

$$F' = [F'_x F'_y F'_z]^T \qquad \delta' = [\delta' x \delta' y \delta' z]^T \tag{25}$$

F' și δ' reprezintă vectorii proiectați în noul sistem, iar α este matricea cosinușilor directori ai sistemului $Ox'y'z'$ în raport cu sistemul $Oxyz$.

Ținînd seama că pentru noul sistem de axe se poate scrie relația

$$K' = \mathrm{K}'\delta' \tag{26}$$

Introducînd (24) în (4), se obține

$$F' = \alpha^T - K\alpha\delta' \tag{27}$$

unde s-a ținut seama că $\alpha^T = \alpha^{-1}$ matricea α fiind ortogonală.

Comparînd (26) cu (27) rezultă

$$K' = \alpha^T K \alpha \tag{28}$$

matricea constantelor elastice în raport cu sistemul $Ox'y'z'$.

Întrucît constantele elastice din matricea K sau K' formează un tensor simetric de ordinul 2, există trei invarianți ai transformării (28) adică trei relații suplimentare între termenii matricilor K și K'.

Notînd cu Δ una din axele sistemului mobil și cu α, β, γ cosinușii ei directori, expresia constantei direcționale după axa din relația (28) este

$$K_\Delta = \alpha^2 K_x + \beta^2 K_y + \gamma^2 K_z - 2\beta\gamma K_{yz} - 2\gamma\alpha K_{zx} - 2\alpha\beta K_{xy} \tag{29}$$

Cu substituția

$$x = \frac{\alpha}{\sqrt{K_\Delta}} \; ; \quad y = \frac{\beta}{\sqrt{K_\Delta}} \; ; \quad z = \frac{\gamma}{\sqrt{K_\Delta}} \tag{30}$$

expresia (29 devine

$$K_x x^2 + K_y y^2 + K_z z^2 - 2yzK_{yz} - 2zxK_{zx} - 2xyK_{xy} = 1 \tag{31}$$

adică ecuația unui elipsoid, ce reprezintă o imagine geometrică a variației constantei elastice K_Δ funcție de poziția axei δ.

Forma canonică a elipsoidului (30) este

$$K_{x1} X_1^2 + K_{y1} Z_1^2 + K_{z1} Y_1^2 = 1 \tag{32}$$

raportat la sistemul de referință $Ox_1y_1z_1$ dirijat după axele elipsoidului.

Aceste axe se numesc axe principale de elasticitate sau axe elastice principale iar K_{x1}, K_{y1}, K_{z1} reprezintă constantele elastice principale fiind

soluțiile λ_1, λ_2, λ_3 ale ecuației :

$$\begin{vmatrix} K_x - \lambda & -K_{xy} & -K_{xz} \\ -K_{yx} & K_y - \lambda & -K_{yz} \\ -K_{zx} & -K_{zy} & K_z - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{33}$$

Ecuația (33) poate fi pusă sub forma

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0 \tag{34}$$

unde coeficienții I_1, I_2, I_3 sînt invarianții transformării (28)

$$I_1 = K_x + K_y + K_z$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} K_x & -K_{xy} \\ -K_{yx} & K_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} K_y & -K_{yz} \\ -K_{zy} & K_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} K_z & -K_{zx} \\ -K_{xz} & K_x \end{vmatrix}$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} K_x & -K_{xy} & -K_{xz} \\ -K_{yx} & K_y & -K_{yz} \\ -K_{zy} & -K_{zy} & K_z \end{vmatrix} \tag{35}$$

Cosinușii directori α_1, β_1, γ_1 . . . α_3, β_3, γ_3 ai axelor principale se obțin înlocuind soluțiile ecuației (34) în sistemul

$$\begin{aligned} (K_x - \lambda)\alpha - K_{xy}\beta - K_{xz}\gamma &= 0 \\ -K_{xy}\alpha + (K_y - \lambda)\beta - K_{yz}\gamma &= 0 \\ -K_{zx}\alpha - K_{zy}\beta + (K_z - \lambda)\gamma &= 0 \end{aligned} \tag{36}$$

În urma acestei transformări, matricea de elasticitate (3) devine matricea diagonală

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \tag{37}$$

iar $K_{x1} = k_1$, $K_{y1} = k_2$, $K_{z1} = k_3$ reprezintă constante elastice efective în raport cu axele principale de elasticitate, fiind în același timp valori extremale ale constantelor elastice.

Dacă se realizează o transformare (28) astfel încît sistemul de referință rotit să fie raportat la un sistem avînd axele dirijate după axele principale de elasticitate, forma explicită a acestei transformări este

$$\begin{aligned} K_x &= k_1\alpha_1^2 + k_2\alpha_2^2 + k_3\alpha_3^2 \\ K_y &= k_1\beta_1^2 + k_2\beta_2^2 + k_3\beta_3^2 \\ K_z &= k_1\gamma_1^2 + k_2\gamma_2^2 + k_3\gamma_3^2 \\ K_{xy} &= k_1\alpha_1\beta_1 + k_2\alpha_2\beta_2 + k_3\alpha_3\beta_3 \\ K_{yz} &= k_1\beta_1\gamma_1 + k_2\beta_2\gamma_2 + k_3\beta_3\gamma_3 \\ K_{zx} &= k_1\gamma_1\alpha_1 + k_2\gamma_2\alpha_2 + k_3\gamma_3\alpha_3 \end{aligned}$$

unde s-au păstrat aceleași unghiuri directoare ca și în transformările (24).

5. Elemente elastice liniare biaxiale

Relaţiile de calcul pentru elemente elastice biaxiale pot fi obţinute prin particularizarea formulelor obţinute în lucrare. Astfel pentru elementul biaxial în planul Oxy se regăsesc relaţiile stabilite în lucrarea [2]

$$\delta x = \frac{F_x K_y - F_y K_{xy}}{K_x K_y - K_{xy}^2} \; ; \; \delta y = \frac{F_y K_x - F_x K_{xy}}{K_x K_y - K_{xy}^2} \; ;$$

$$K_x = K_x - \frac{K_{xy}^2}{K_y} \; ; \; k_y = K_y - \frac{K_{xy}^2}{K_x} \; ;$$

$$N_x = \frac{K_{xy}}{K_y} F_y \; ; \; N_y = \frac{K_{yx}}{K_x} F_x \; ;$$

Transformarea (28) sub formă explicită este

$$Kx', y' = \frac{K_x + K_y}{2} \pm \frac{K_x - K_y}{2} \cos 2\theta \pm K_{xy} \sin 2\theta$$

$$Kx'y' = \frac{K_y - K_x}{2} \sin 2\theta + K_{xy} \cos 2\theta$$

unde unghiul θ este unghiul dintre axele sistemelor Oxy şi $Ox'y'$.

Constantele elastice principale, soluţii ale ecuaţiei (33) sînt

$$k_{1,2} = \frac{K_x + K_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{K_x - K_y}{2}\right)^2 + K_{xy}^2}$$

după direcţiile principale definite prin unghiurile date de primele două soluţii ale ecuaţiei

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2K_{xy}}{K_x - K_y}$$

Invarianţii (3) ai acestei transformări

$$K_x + K_y = K_{x'} + K_{y'}$$

$$K_x K_y - K_{xy}^2 = K_{x'} K_{y'} - K_{x'y'}^2$$

Expresiile (38) ale constantelor elastice în sistemul $Oxyz$ în raport cu constantele elastice principale devin

$$K_{x,y} = \frac{k_1 + k_2}{2} \pm \frac{k_1 - k_2}{2} \cos 2\varphi$$

$$K_{xy} = \frac{k_1 - k_2}{2} \sin 2\varphi$$

Se observă că ultimele două relaţii pot fi reprezentate grafic cu ajutorul cercului lui Mohr.

6. Exemplul. Arcul elicoidal cilindric

Unul dintre cele mai utilizate elemente elastice este arcul elicoidal cilindric din sîrmă sau bară de oţel. Axa de simetrie a arcului este axă principală a deformaţiei longitudinale, iar orice altă axă normală pe axa de simetrie este axă principală a deformaţiei transversale pentru punctul respectiv.

Pentru exemplificare să considerăm un arc elicoidal de compresiune cu spire strînse (cu unghiul de înfăşurare < 8). În cazul arcului încastrat la un capăt şi liber la celălalt, constantele elastice principale ce conicid cu constantele elastice efective sînt [1] [3]:

$$k = K_{y1} = \frac{4GI_p}{\pi D^3 n} \quad \text{constanta elastică longitudinală:}$$

$$k_t = K_{x1} = K_{y1} = \frac{1}{\frac{H_0}{C_f} + \frac{H_0^2}{3C_i}} \quad \text{constanta elastică transversală;}$$

unde D este diametrul mediu de înfăşurare a spirei, n — numărul de spire H_0 înălţimea arcului necomprimat, I_p momentul de inerţie polar al secţiunii spirei, C_f rigiditatea la forfecare a barei drepte echivalente arcului, C_i rigiditatea la încovoiere a barei drepte echivalente arcului.

Pentru arcul elicoidal cu spiră de secţiune circulară cu diametrul d

$$C_f = \frac{Ed^4 H_0}{8D^3 n}; \quad C_i = \frac{Ed^4 H_0}{32Dn(2+\mu)};$$

şi constantele elastice sînt

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3 n};$$

$$k_t = \frac{3Ed^4}{8Dn(3D^2 + 4(2+\mu)H_0^2};$$

Constanta elastică transversală k depinde de poziţia axei transversale, respectiv de poziţia suportului forţei pe axa longitudianlă.

Utilizarea arcurilor elicoidale ca suporţi izolatori, presupune pretensionarea acestora în poziţia de echilibru prin greutăţile proprii ale maşinilor. În acest caz se poate considera că arcul este încastrat la ambele capete una din încastrări fiind fixă iar cealaltă mobilă.

Arcul pretensionat cu forţa P şi înălţimea după comprimare H, are aceeaşi constantă elastică longitudinală ca şi arcul liber, în schimb constanta elastică transversală ia forma

$$k_t = \frac{\frac{P}{H}}{\left(1 + \frac{P}{C_f}\right)\frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\varepsilon} - 1}$$

unde

$$\varepsilon = \frac{H}{2}\sqrt{\frac{P}{C_t}\left(1+\frac{P}{C_f}\right)}$$

Constanta elastică transversală depinde în acest caz atît de poziția axei transversale cît și de forța P. O analiză a acestei relații pune în evidență faptul că în domeniul $1{,}99 \leqslant H_0/D \leqslant 2{,}62$ constanta elastică transversală admite un minim, în domeniul $H_0/D < 1{,}99$ K_t nu admite extremum însă valoarea sa crește odată cu forța axială P, iar în domeniul $H_0/D > 2{,}62$ nu admite valori extremale și are o variație lentă în raport cu forța P.

Relații aproximative pentru calculul constantei k_t se află de exemplu în lucrările [2] și [4].

Expresiile (38) ale constantelor elastice după direcțiile unui sistem de referință rotit față de sistemul de referință al direcțiilor principale, cu forma explicită a cosinușilor directori, sînt

$$K_x = \frac{k+k_t}{2} + \frac{k-k_t}{2}\cos 2\alpha_2$$

$$K_y = \frac{k+k_t}{2} + \frac{k-k_t}{2}\cos 2\beta_2$$

$$K_z = \frac{k+k_t}{2} + \frac{k-k_t}{2}\cos 2\gamma_2$$

$$K_{xy} = (k-k_t)\cos\alpha_2\cos\beta_2$$

$$K_{yz} = (k-k_t)\cos\beta_2\cos\gamma_2$$

$$K_{zx} = (k-k_t)\cos\gamma_2\cos\alpha_2$$

Introducînd aceste expresii în relațiile (8), (10) și (12) se obțin constantele elastice efective după direcțiile sistemului rotit.

Considerații finale

Dacă legătura între elementul elastic și corpul rigid poate prelua momente, atunci elementul elastic poate de asemenea prelua și transmite momente ce produc deformații de rotație. Pentru determinarea caracteristicii moment — deformație unghiulară sînt necesari încă șase parametrii, respectiv constante elastice unghiulare, ce pot fi definite prin relații analoge cu cele stabilite în lucrare.

Se poate determina apoi centrul elastic al elementului elastic caracterizat prin aceea că în acest punct se realizează o decuplare a deformațiilor de translație de cele de rotație.

În general, deformațiile de rotație se neglijează deoarece studiile efectuate au arătat că efectul lor asupra vibrației corpului este neglijabil în raport cu deformațiile de translație [2].

Trebuie menționat că în ceea ce privește elementele disipative vîscoase liniare triaxiale se constată o analogie completă din punct de vedere al caracterizării și relațiilor de calcul cu elementele elastice triaxiale. Astfel, caracteristica forță — viteză este determinată prin șase constante de amortizare C_x, C_y, C_z, C_{xy}, C_{yz}, C_{zx}.

Considerînd vectorii

$$\mathrm{R} = [R_x R_y R_z]^T$$

$$\mathrm{V} = [v_x v_y v_z]^T$$

și matricea C analogă cu (3), toate relațiile obținute sînt valabile și pentru elementul disipativ dacă se înlocuiește $K(k)$ prin $C(c)$.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. M. Harris, C.E Crede*, Socuri și vibrații, Ed. tehnică, 1968.
2. *V. Fedossiev*, Resistance des materiaux : problèmes et questions choisies. Ed. Mir, Moscou, 1977.
3. *M. V. Hvingia, A.M. Blagoeva, D.T. Gabadadze, R.L. Parthaladze, L. K. Vorotintev*,, Kolebania i ustoicivost uprughih sistem mașin i priborov. Izd. ,,Meţniereba'' Tbilisi, 1974.
4. *M. Munteanu*, Introducere în dinamica mașinilor vibratoare. Ed. Academiei R.S.R., 1986

Characteristics of the Linear Three — Axial Elastic Elements

The force.deformation characteristic of a linear three — axial elastic element defined by six coefficients of stiffness is established and the effective coefficients of stiffness along the axes of coordinate system are determined.

When the elastic element is constrained, the relations of the reactions are determined.

The principal axes of stifeness, for which the force — deformation characteristic contains only three independent coefficients of stiffness, are also established.

Finally, the particular case of the linear biaxial elastic element is analysed and as an example the cylindrical coil spring is discussed.

C.Z: 624.013

EVALUAREA INFLUENȚEI RACORDĂRII ÎNTRE VIROLELE TRONCONICE ȘI CILINDRICE ASUPRA STĂRII DE TENSIUNI

R. I. IATAN, L. NICOLAU*

Lucrarea prezintă o metodă originală de evaluare a tensiunilor dezvoltate în zonele cu racordare ale reducțiilor tronconice ale aparatelor tip coloană. Exemplificarea rezultatelor teoretice obținute se face pe un caz dat.

Problema evaluării concentrării tensiunilor în zonele de discontinuitate de structură preocupă permanent pe proiectanții de utilaj tehnologic sub presiune. Acceptînd ipotezele simplificatoare caracteristice învelișurilor de revoluție, în cazul de față ne propunem să evaluăm influența racordării existente între porțiunile cilindrice și cea tronconică — propriu-zisă — de trecere (fig. 1), ale unui aparat de tip coloană, frecvent întîlnit în multe din instalațiile tehnologice ale industriilor de proces.

În lucrare se ia în discuție situația în care nu există racordare (varianta „A" — fig. 1), respectiv situația în care există această racordare (varianta „B" — fig. 1). În acest ultim caz se analizează situația în care racordarea este asimilată prin intermediul unui element tronconic scurt respectiv situația prin care racordarea este asimilată prin intermediul a două elemente tronconice scurte. Demn de remarcat este faptul că metoda de calcul ce utilizează elemente tronconice scurte nu se limitează la situația frecvent întîlnită în practica de proiectare cînd raza de racordare reprezintă, cu titlu de recomandare, de exemplu, 15% din raza virolei cilindrice, ci poate fi folosită cu bune rezultate și în cazuri care diferă de cel indicat anterior. Totodată, metoda de față ia în discuție influența atît a

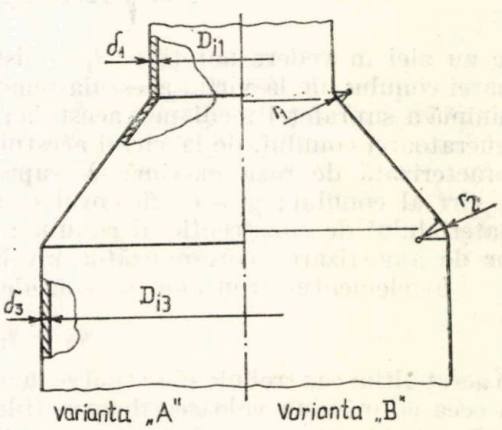


Fig. 1

* Șef lucrări dr. ing., catedra Utilaj tehnologic-chimic; Ing., C.C.S.I.T.F. — Filiala București

presiunii interioare, a masei constructive și funcționale, cît și a temperaturii de lucru. Sarcinile respective pot fi constante în secțiunile considerate sau pot avea variații după o anumită lege, care corespunde procesului tehnologic considerat. Esența metodei de calcul constă în separarea ipotetică a elementelor constructive componente, a scrierii expresiilor deformațiilor — deplasări radiale și rotiri — datorită sarcinilor existente, în planele nodale corespunzătoare și totodată a celor dezvoltate de sarcinile de legătură — eforturi tăietoare și momente încovoietoare unitare (care reprezintă în același timp și necunoscutele problemei de față). În continuare se scriu ecuațiile de continuitate a deformațiilor. Rezultă, în acest mod, un sistem algebric liniar care permite determinarea valorilor necunoscutelor menționate (Q_{0j} — eforturi tăietoare de legătură; M_{0j} — momente încovoietoare unitare de legătură; „j" indică numărul elementului considerat, respectiv al subelementului). În aceeași ordine de idei trebuie evidențiat și faptul că se vor considera în fiecare caz în parte dacă cilindrul, respectiv elementul tronconic, este scurt sau nu [1]. Pentru aparatul considerat în problema de față se au în vedere numai tronsoane cilindrice lungi [2, 3]. Pentru elementele tronconice se au în vedere situațiile :

a) se consideră că elementul considerat este lung dacă

$$y_2 - y_1 > 4, \tag{1}$$

unde

$$y_{1,2} = 2\lambda \sqrt{l_{1,2}}, \tag{2}$$

în care

$$\lambda = \sqrt[4]{12(1-\mu^2)\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha}{\delta^2}}. \tag{3}$$

Se au aici în vedere notațiile : l_1 — distanța măsurată în lungul generatoarei conului, de la vîrful acestuia pînă la secțiunea caracterizată de raza minimă a suprafeței mediane a acestuia; l_2 — distanța măsurată în lungul generatoarei conului, de la vîrful acestuia pînă la secțiunea transversală caracterizată de raza maximă a suprafeței mediane; α —semiunghiul la vîrf al conului; μ — coeficientul contracției transversale, caracteristic materialului de construcție al conului; δ — grosimea peretelui; λ — factor de amortizare, corespunzător învelișului tronconic considerat;

b) elementul tronconic se consideră scurt dacă

$$y_2 - y_1 < 4. \tag{4}$$

În acest ultim caz trebuie să se țină seama de influența reciprocă a capetelor, în ceea ce privește valoarea deformațiilor dezvoltate de sarcinile de legătură, considerate pe contururile respective.

În ceea ce privește conturul unui element tronconic, se menționează că pe lîngă sarcinile de contur — efortul tăietor și momentul încovoietor unitar — trebuie să se aibă în vedere și efortul axial precum și cel de forfecare, dezvoltate sub acțiunea sarcinii axiale datorită presiunii de lucru și masei utilajului, în secțiunea transversală considerată. În acest fel efortul meridional $\bar{S}_j$ va avea expresia

$$\bar{S}_j = (\bar{P}_j - \bar{G}_j)/\cos\alpha, \tag{5}$$

în timp ce efortul de forfecare

$$\bar{H}_j = (\bar{P}_j - \bar{G}_j)\operatorname{tg}\alpha, \tag{6}$$

unde $\bar{P}_j$ reprezintă efortul axial datorită presiunii, calculat cu formula

$$\bar{P}_j = p_i r_{mj}/2, \tag{7}$$

iar

$$\bar{G}_j = G_j/2\pi r_{mj}, \tag{8}$$

unde G_j este greutatea totală a utilajului, de deasupra secțiunii transversale respective. În aceste formule r_{mj} reprezintă raza suprafeței mediane din secțiunea avută în vedere, iar p_j este presiunea interioară a mediului de lucru.

* * *

Varianta I-a (fără racordare — fig. 1). Acceptînd o zonă tronconică lungă — în concordanță cu cele specificate anterior — pentru stabilirea expresiilor eforturilor tăietoare de legătură și a momentelor încovoietoare unitare, respectiv a tensiunilor dezvoltate în secțiunile, considerate, se procedează la separarea ipotetică a elementelor adiacente, așa cum se vede în figura 2. În continuare se scriu ecuațiile de continuitate a deformațiilor sub forma :

— pentru planul nodal 1—2

$$w_1^{(p_i)} + w_1^{(\bar{P}_1-\bar{G}_1)} + w_1^{(T)} + w_1^{(Q_{01})} + \\ + w_1^{(M_{01})} = w_{2\,\text{sus}}^{(p_i)} + w_2^{(\bar{S}_1)} + w_2^{(T)} + \\ + w_2^{(M_{01})} + w_2^{(Q_{01}+\bar{H}_1)},$$

$$\vartheta_1^{(Q_{01})} + \vartheta_1^{(M_{01})} = \vartheta_{2\,\text{sus}}^{(p_i)} + \vartheta_2^{(M_{01})} + \\ + \vartheta_2^{(Q_{01}+\bar{H}_1)}, \tag{9}$$

— respectiv pentru planul nodal 2—3

$$w_{2\,\text{jos}}^{(p_i)} + w_2^{(\bar{S}_2)} + w_2^{(T)} + w_2^{(M_{i2})} + \\ + w_2^{(Q_{02}+\bar{H}_2)} = w_3^{(p_i)} + w_3^{(\bar{P}_2-\bar{G}_2)} + \\ + w_3^{(T)} + w_3^{(Q_{02})} + w_3^{(M_{02})},$$

$$\vartheta_{2\,\text{jos}}^{(p_i)} + \vartheta_2^{(M_{02})} + \vartheta_2^{(Q_{02}+\bar{H}_2)} = \\ = \vartheta_3^{(Q_{02})} + \vartheta^{(M_{02})}. \tag{10}$$

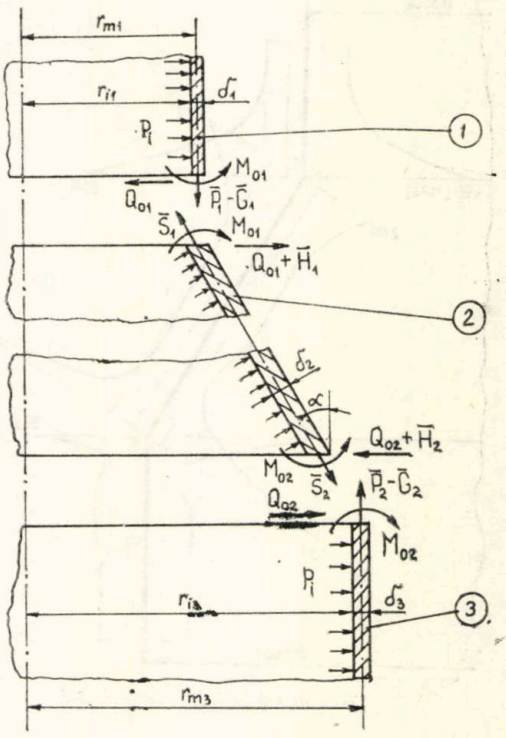


Fig. 2

În egalitățile (9) și (10) cu „w" s-au notat deplasările radiale ale elementelor constructive arătate prin indicele inferior, respectiv cu „ϑ" rotirile acestora. Sarcina care dezvoltă deformația este reflectată de indicele superior

corespunzător. De menționat că în egalitățile (9) și (10) cu T s-a notat temperatura elementului constructiv considerat. Dacă valorile temperaturilor elementelor studiate sînt diferite, se va ține seama de acest lucru la scrierea expresiilor deplasărilor radiale.

Prin unirea ecuațiilor (9) și (10) se obține sistemul

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & a_7 & a_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{01} \\ Q_{01} \\ M_{02} \\ Q_{02} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{12} \\ \vartheta_{12} \\ w_{23} \\ \vartheta_{23} \end{Bmatrix}, \tag{11}$$

de unde

$$\begin{Bmatrix} M_{01} \\ Q_{01} \\ M_{02} \\ Q_{02} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & a_7 & a_8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} w_{12} \\ \vartheta_{12} \\ w_{23} \\ \vartheta_{23} \end{Bmatrix}, \tag{12}$$

în care $[\ . \ . \ .]^{-1}$ reprezintă inversa matricei factorilor de influență, stabiliți prin prelucrarea corespunzătoare a expresiilor detaliate ale deplasărilor radiale și ale rotirilor [1—3].

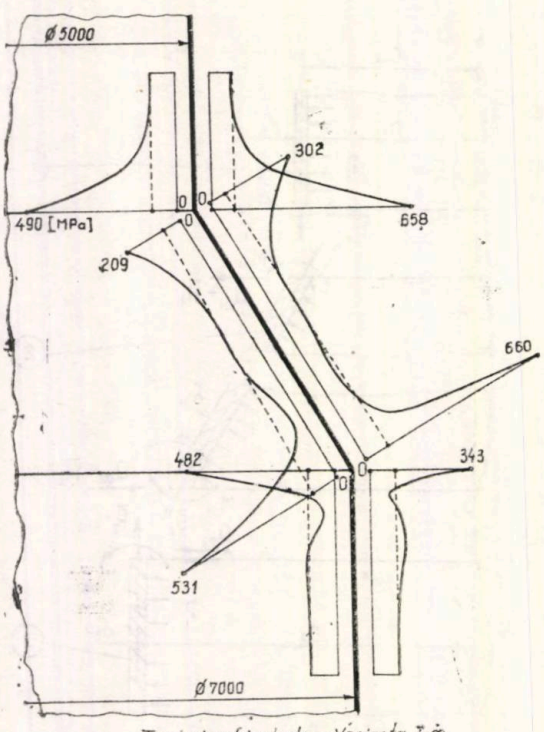


Fig. 3

Exemplificare. Considerînd un utilaj tip coloană la care se cunosc caracteristicile: $r_{i1} = 2500$ mm : $\delta_1 = 16$ mm : $\delta_2 = 25$ mm ; $r_{i3} = 3500$ mm ; $\delta_3 = 20$ mm ; $p_i = 0{,}6$ MPa ; $\alpha = 30°$; materialul de construcție R 37 STAS 2883 — 80. Greutățile corespunzătoare secțiunilor analizate au valorile : $G_1 = 432.000$ N ; $G_2 = 502.800$ N. Temperatura de calcul, considerată : $T = 120°C$. Rezultă în urma calculelor necesare : $\bar{G}_1 = 27370$ N/m : $\bar{G}_2 = 22772$ N/m ; $\bar{P}_1 = 748807$ N/m ; $\bar{P}_2 = 1048208$ N/m : $\bar{H}_1 = 416521$ N/m : $\bar{H}_2 = 592035$ N/m ; $\bar{S}_1 = 833043$ N/m ; $\bar{S}_2 = 1184071$ N/m ; $Q_{01} = -172720$ N/m ; $M_{01} = -15661$ Nm/m ; $Q_{02} = -263190$ N/m ; $M_{02} = 29810$ Nm/m.

În urma calculelor privind stabilirea valorilor tensiunilor meridionale și inelare dezvoltate în elementele constructive studiate, respectiv

a tensiunilor echivalente, se obține modul de variație a acestora din urmă, așa cum se remarcă în figura 3. Pentru calculul tensiunilor echivalente s-a avut în vedere teoria a IV-a de rezistență.

Din analiza valorilor tensiunilor și avînd în vedere caracteristicile mecanice ale materialului de construcție ales înainte, se poate trage concluzia — de moment — că această geometrie nu este aptă din punct de vedere tehnic. Din această cauză autorii au mers mai departe cu studiul, acceptînd o racordare a porțiunilor cilindrice cu zona tronconică propriu-zisă asimilată prin intermediul unui element tronconic scurt. Remarcînd o solicitare mai pronunțată în zona de îmbinare a elementelor 2 și 3 (fig. 1) în continuare se acordă atenție deosebită stării de solicitare în zona menționată. Pentru îmbinarea elementelor 1 și 2 modul de abordare a problemei este similar.

* * *

Varianta a II-a (zona de racordare se asimilează cu un element tronconic scurt). Grosimea elementului tronconic scurt 2_1 (figura 4) se consideră egală cu cea a elementului 2. Se apreciază, totodată, că porțiunea tronconică care rămîne din reducția propriu-zisă reprezintă tot un element lung. În acest mod se iau în discuție numai necunoscutele dintre elementele $2-2_1$ și 2_1-3, adică două eforturi tăietoare de legătură și două momente încovoietoare unitare (fig. 4). Scriind ecuațiile de continuitate a deformațiilor (se ține seamă, aici, și de influența la capetele opuse a sarcinilor de contur, pentru elementul 2_1), rezultă, în final, după prelucrările corespunzătoare

$$\begin{Bmatrix} Q_{021} \\ M_{021} \\ Q_{022} \\ M_{022} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_{20} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} w_{22_1} \\ \vartheta_{22_1} \\ w_{2_13} \\ \vartheta_{2_13} \end{Bmatrix}, \tag{13}$$

unde $a_9, \ldots, a_{24}$ constituie factorii de influență corespunzători situației date, iar w_{22_1}, ϑ_{22_1}, w_{2_13} ϑ_{2_13} termenii liberi.

Considerăm caracteristicile aparatului tip coloană ales în cazul variantei I-a, pentru o rază de racordare $r_2 = 1051$ mm (unghiul de înclinare a generatoarei elementului 2_1 față de verticală devine $\alpha_1 = 15°$).

În urma calculelor necesare rezultă valorile: $Q_{021} = 165988$ N/m; $M_{021} = 9074{,}3$ Nm/m; $Q_{022} = -197250$ N/m; $M_{022} = 19188{,}8$ Nm/m.

Tensiunile echivalente, calculate după teoria a IV-a de rezistență, atît pentru fibrele interioare cît și pentru cele exterioare ale elementelor constructive adiacente (fig. 4), au valorile redate de curbele prezentate în figura 5. Întrucît din analiza valorilor maxime ale tensiunilor echivalente rezultă că geometria presupusă nu este adecvată, se trece la echivalarea racordării prin intermediul a două elemente tronconice scurte.

* * *

Varianta a III-a (echivalarea racordării prin două elemente tronconice scurte). Acceptînd și în acest caz grosimea elementelor tronconice scurte, nou alese, egală cu a porțiunii tronconice principale, se procedează

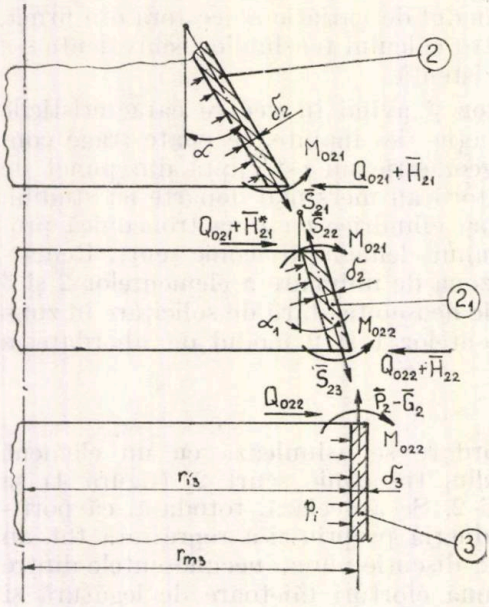


Fig. 4

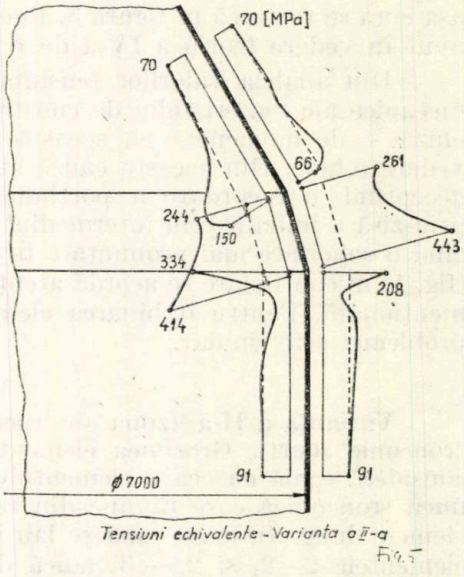


Fig. 5

la separarea ipotetică, așa cum se remarcă în figura 6. De asemenea, porțiunea rămasă din elementul tronconic 2, după separarea elementelor tronconice scurte, atît din partea de sus cît și de jos, constituie tot un element tronconic lung. Avînd în vedere figura 6, după scrierea ecuațiilor de continuitate a deformațiilor, rezultă egalitatea

$$\begin{Bmatrix} Q_{021} \\ M_{021} \\ Q_{022} \\ M_{022} \\ Q_{023} \\ M_{023} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_{30} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{40} & a_{41} & a_{42} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\ a_{49} & a_{50} & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \\ a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} & a_{60} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{22_1} \\ \vartheta_{22_1} \\ w_{2_12_2} \\ \vartheta_{2_12_2} \\ w_{2_23} \\ \vartheta_{2_23} \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

care permite determinarea celor șase necunoscute în cazul de față.

Exemplificarea rezultatelor teoretice obținute pentru cazul analizat se realizează utilizînd, de asemenea, caracteristicile geometrice și funcționale ale aparatului ales și pentru variantele I și a II-a. Stabilirea valorilor tensiunilor echivalente se face în aceleași condiții, luînd în considerație valorile sarcinilor de legătură : $Q_{021} = 1331{,}8$ N/m ; $M_{021} = 1545{,}06$ Nm/m ; $Q_{022} = 36892{,}6$ N/m ; $M_{022} = 8487$ Nm/m ; $Q_{023} = -70328$ N/m ; $M_{023} = 8408{,}5$ Nm/m.

Valorile tensiunilor echivalente sînt ilustrate în figura 7, atît pentru suprafețele interioare cît și pentru cele exterioare ale elementelor considerate.

* * *

Metoda de calcul expusă succint în cele ce preced are în vedere evaluarea influenței racordării între virolele cilindrice și cele tronconice apar-

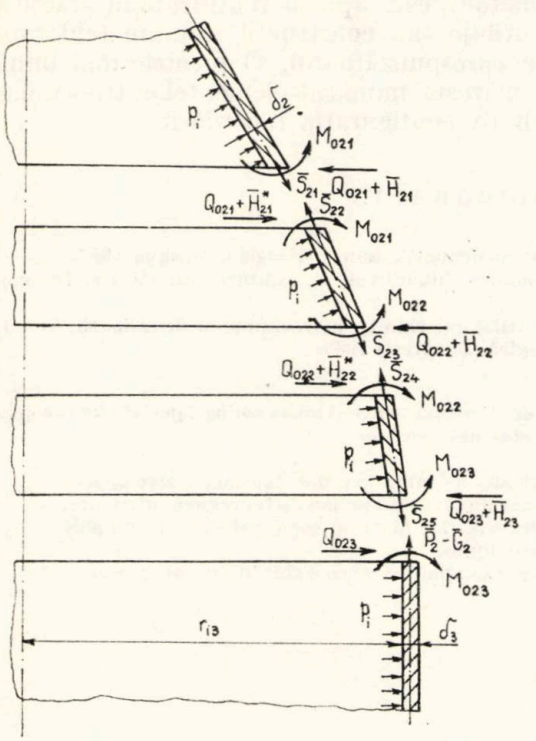


Fig. 6

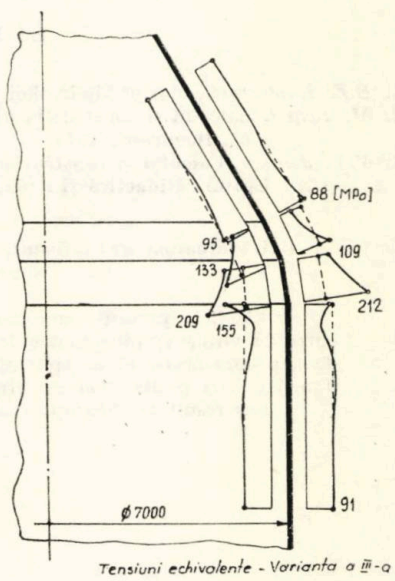


Fig. 7

ținînd unor aparate tip coloană, lucrînd sub acțiunea presiunii interioare, a temperaturii și a masei constructive și funcționale. Folosind metoda asimilării porțiunii de racordare prin intermediul unuia sau a două elemente tronconice scurte se evidențiază reducerea substanțială a valorilor tensiunilor echivalente, atît la suprafața interioară cît și la cea exterioară a elementului constructiv cel mai încărcat, apropiindu-se tot mai mult de valorile reale. În acest fel, avînd în vedere numai baza elementului tronconic 2, în zona de racordare cu virola cilindrică 3, rezultă comparația indicată în tabelul 1.

Tabelul 1

Suprafața	Tensiuni echivalente [MPa]			Abatere *[%]	
	Varianta I-a	Varianta a II-a	Varianta a III-a	$\Delta\sigma_{I-II}$	$\Delta\sigma_{I-III}$
interioară	531	414	209	22	61
exterioară	660	443	212	33	68

* $\Delta\sigma_{I-II} = (\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot 100/\sigma_I$;

$\Delta\sigma_{I-III} = (\sigma_I - \sigma_{III}) \cdot 100/\sigma_I$;

σ_j — tensiunea echivalentă calculată pentru varianta „j", atît la suprafața interioară, cît și cea exterioară a peretelui (j = I, II, III).

Notă: S-au folosit valorile maxime ale tensiunilor.

Se apreciază, în final, că metoda este aptă a fi utilizată în practica de proiectare a unor astfel de utilaje sau construcții similare (chiar în mișcare de rotație, cu adaptările corespunzătoare). O precizie mai bună a rezultatelor se obține dacă se mărește numărul elementelor tronconice scurte, apropiindu-se și mai mult de configurația racordării.

BIBLIOGRAFIE

1. *B.Z. Kantorovici*, Maşinî himiceskoi promîşlennosti, tom I, Maşghiz, Moskva 1957.
2. *M. Renert*, Calculul și constructia utilajului chimic, vol. 1, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971
3. *V.V. Jinescu*, Calculul și construcția utilajului chimic, petrochimic și de rafinării, vol. 1, Editura Didactică și Pedagogică, București 1983

L'évaluation de l'influence de jonction entre viroles cylindriques et tronconiques sur l'état des tensions

L'article présente une méthode d'évaluation des tensions développées entre les viroles cylindriques et tronconiques sous l'action de la pression intérieure, de la propre masse et de la température. La jonction est considérée avec l'aide d'un ou deux petits éléments tronconiques.

Les résultats théoriques sont exemplifiées avec l'aide d'un cas connu.

C.Z. : 621.1.01
510.5

MODEL MATEMATIC GENERALIZAT PENTRU ANALIZA TEORETICA A MAȘINILOR TERMICE CU CICLU REGENERATIV DE TIP STIRLING

GH. POPESCU, S. PETRESCU, VS. RADCENCO *

Lucrarea are ca obiect elaborarea unui model matematic de analiză teoretică a mașinilor termice cu ciclu regenerativ de tip Stirling, model generalizat, ce oferă posibilitatea abordării direcțiilor de dezvoltare ale acestor mașini : motoare, instalații frigorifice și pompe termice cu gaze. Modelul matematic prezentat a fost obținut prin generalizarea metodei Schmidt. Un astfel de model de analiză, chiar și în varianta unui anumit grad de idealizare, cum este metoda Schmidt, este de un real interes pentru specialiști, reprezentînd un punct de vedere comun atît pentru motoriști cît și pentru frigotehniști. Aceste rezultate reprezintă, după părerea autorilor, punctul inițial al schimburilor de informații teoretice cu implicații și în ceea ce privește rezultatele experimentale, soluții constructive și tehnologii de execuție, în scopul perfecționării mașinilor cu ciclu regenerativ de tip Stirling. În acest studiu, ținînd cont de unicitatea modelului de analiză teoretică a ciclurilor directe și inversate, sînt subliniate elementele esențiale ce diferențiază comportarea mașinilor în funcție de efectul util realizat. Modelul matematic prezentat oferă posibilitatea implementării lui pe calculator în vederea evaluării rapide a performanțelor teoretice, precum și în vederea optimizării mașinii termice considerate fie ea motor, fie ea instalație frigorifică sau pompă termică cu gaze.

1. Introducere

Mașina termică cu ciclu Stirling, indiferent de efectul util produs, pentru ciclul direct — lucrul mecanic, iar pentru ciclul inversat — extragerea de căldură, este o mașină termică în care o cantitate cvaziconstantă de agent de lucru, aflat în stare gazoasă, efectuează o succesiune ciclică de procese deosebit de complexe, a cărui schemă este prezentată în fig. 1.

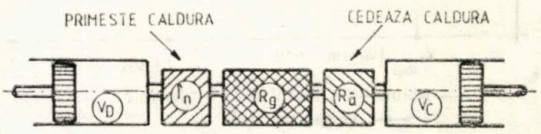


Fig. 1 — Schema mașinii termice cu ciclul Stirling

Astfel agentul termic de lucru se află în curgere pulsatorie, alternativă între două spații cu volume variabile, spațiul de comprimare (V_C) și cel de destindere (V_D), trecînd consecutiv cu viteze suficient de mari prin trei schimbătoare de căldură în care au loc procese fundamental distincte : răcitorul ($Ră$) — unde cedează căldură, regeneratorul (R_g) —

* Asist. ing. ; Conf. dr. ing. ; Prof. dr. ing., catedra Termotehnică și mașini termice

— unde primește sau cedează căldură în funcție de sensul curgerii și încălzitorul ($În$) — unde primește căldură.

Datorită complexității acestor fenomene, analizele teoretice ale mașinilor cu ciclu Stirling, publicate pînă în prezent [1], au fost realizate în diferite grade de idealizare, însă, dintre aceste analize, puține sînt acelea ce realizează un model generalizat care să permită abordarea tuturor tipurilor de mașini, iniferent de efectul util produs [2].

În prezenta lucrare, avîndu-se în vedere asemănarea, iar în unele privințe identitatea fenomenelor din motoarele, instalațiile frigorifice și pompele termice cu gaze, prezentate în lucrările [3] și [4], autorii au prezentat modelul dintr-un punct de vedere unic—termodinamic și anume cel al ciclului regenerativ de tip Stirling, iar acolo unde este cazul se subliniază elementele esențiale ce determină comportarea diferită a acestor mașini.

Cea mai simplă analiză este aceea a ciclului Stirling ideal, unde ciclul termodinamic al agentului termic de lucru este format din două procese izotermice și două procese regenerative la volum constant. În funcție de nivelul temperaturilor la care au loc cele două procese izotermice și în funcție de efectul util urmărit, se pot realiza următoarele tipuri de cicluri Stirling ideale (fig. 2) : — ciclul 1234, ce se desfășoară între temperaturile T_{Mo} și T_r, care, datorită cantităților de căldură schimbate $+Q_{Mo}$, $-Q_{r,Mo}$, și $\pm Q_{Rg,Mo}$, realizează ca efect util lucrul mecanic L_{Mo}; — ciclul 123′4′, ce se desfășoară între temperaturile T_r și T_{If} care, consumînd lucru mecanic, datorită cantităților de căldură schimbate $+Q_{r,If}$ și $\pm Q_{Rg,If}$, realizează ca efect util extragerea cantității de căldură Q_{If};

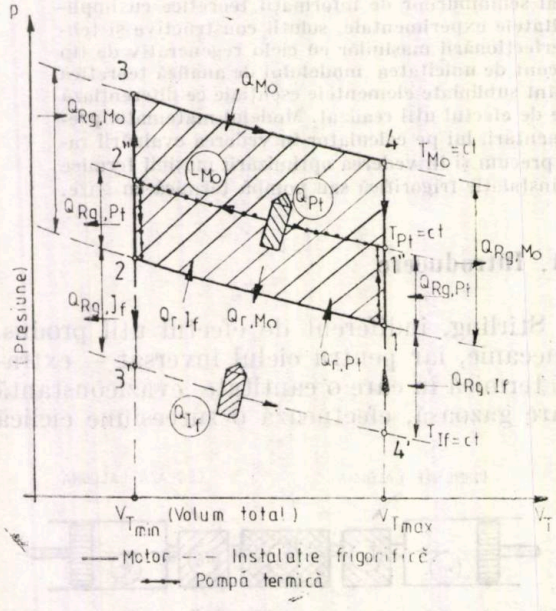


Fig. 2 — Ciclul Stirling ideal generalizat (efectul util este haşurat)

— ciclul 1″2″21 ce se desfășoară între temperaturile T_{Pt} și T_r, care, consumînd lucru mecanic, datorită cantităților de căldură schimbate $+Q_{r,Pt}$ și $\mp Q_{Rg,Pt}$, realizează ca efect util cedarea cantității de căldură Q_{Pt}.

Schema mașinii ce poate realiza ciclul Stirling ideal generalizat (direct și inversat) și modul de variație în timp a volumelor V_C și V_D este prezentată în figura 3. Figura 3 este completată cu un tabel explicativ pentru modul în care se realizează aceleași variații în timp ale volumelor V_C și V_D, atît în cazul ciclului direct (Mo) cît și în cazul ciclului inversat (If și Pt). Datorită modului discontinuu de mișcare a pistoanelor mașinii,

ciclul Stirling ideal este foarte departe de posibilitățile practice de realizare a mașinii reale.

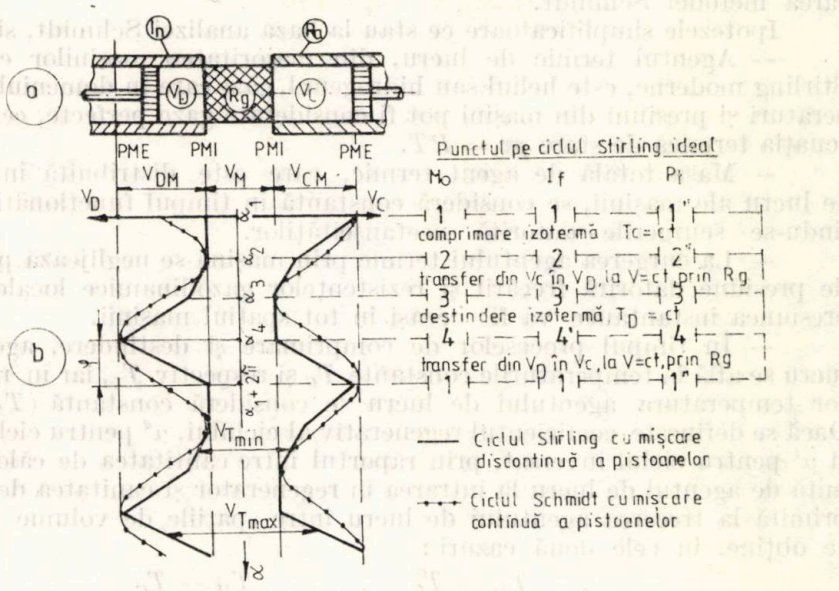


Fig. 3 — Schema de realizare a ciclului Stirling generalizat:
a) schema mașinii termice cu ciclul Stirling ideal
b) legea de variație a volumelor

O analiză teoretică mai reală a mașinilor cu ciclul Stirling este metoda Schmidt, care ține seama de mișcarea continuă a pistoanelor și de volumele constante ale regeneratorului și conductelor de legătură. Astfel în fig. 3 este prezentat și modul în care variația continuă a volumelor instantanee, propusă de Schmidt, reușește să aproximeze variația volumelor necesare realizării ciclului Stirling ideal cu mișcare discontinuă a pistoanelor.

Datorită modului continuu de variație a volumelor instantanee generate și a presiunii instantanee din mașină, după metoda Schmidt, se obțin cicluri termodinamice fără puncte de discontinuitate (fig. 4), asemănătoare cu diagramele indicate obținute experimental.

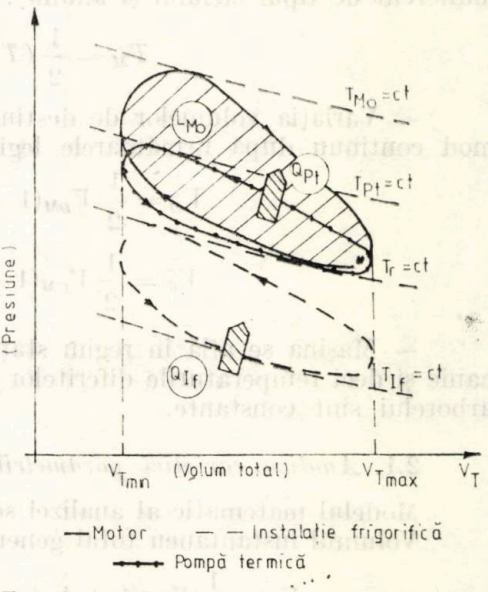


Fig. 4 — Ciclul Schmidt generalizat (efectul util este haşurat)

2. Modelul matematic

Modelul matematic prezentat în lucrare a fost obținut prin generalizarea metodei Schmidt.

Ipotezele simplificatoare ce stau la baza analizei Schmidt, sînt :

— Agentul termic de lucru, din majoritatea mașinilor cu ciclul Stirling moderne, este heliul sau hidrogenul, gaze care în domeniul de temperaturi și presiuni din mașini pot fi considerate gaze perfecte, ce satisfac ecuația termică de stare $pv = RT$.

— Masa totală de agent termic, care este distribuită în spațiile de lucru ale mașinii, se consideră constantă în timpul funcționării, neglijîndu-se scurgerile datorită neetanșeităților.

— La curgerea agentului termic prin mașină se neglijează pierderile de presiune datorită frecării și rezistențelor gazodinamice locale și deci presiunea instantanee va fi aceeași în tot spațiul mașinii.

— În timpul proceselor de comprimare și destindere, agentul de lucru se află la temperaturile constante T_C și respectiv T_D, iar în regenerator temperatura agentului de lucru se consideră constantă (T_M = ct.). Dacă se definește coeficientul regenerativ al ciclului, μ^d pentru ciclul direct și μ^i pentru ciclul inversat, prin raportul între cantitatea de căldură primită de agentul de lucru la intrarea în regenerator și canitatea de căldură primită la trecerea agentului de lucru între spațiile de volume variabile se obține, în cele două cazuri :

$$\mu^d = \frac{T_M - T_C}{T_D - T_C} \quad \text{și} \quad \mu^i = \frac{T_M - T_C}{T_C - T_D}$$

Considerînd ipotetic coeficientul regenerativ al ciclului $\mu^d = \mu^i = 0{,}5$, se obține aceeași expresie a temperaturii agentului de lucru în regenerator indiferent de tipul ciclului și anume :

$$T_M = \frac{1}{2}(T_D + T_C) \tag{1}$$

— Variația volumelor de destindere și comprimare se realizează în mod continuu după următoarele legi :

$$V_D = \frac{1}{2} V_{DM}(1 + \cos\alpha) \tag{2}$$

$$V_C = \frac{1}{2} V_{CM}(1 + \cos(\alpha - \varphi)) \tag{3}$$

— Mașina se află în regim staționar de funcționare termic și mecanic și deci temperaturile diferitelor organe ale mașinii precum și turația arborelui sînt constante.

2.1. *Analiza variației parametrilor de stare*

Modelul matematic al analizei se stabilește pe baza relațiilor

Volumul instantaneu total generat în cele două spații :

$$V_T = \frac{1}{2} V_{DM}(1 + k + \cos\alpha + k\cos(\alpha - \varphi)) \tag{4}$$

Volumul maxim total posibil de a fi generat în mașină :

$$V_{TM} = V_{DM} + V_{CM} = (1 + k)V_{DM} \tag{5}$$

Volumul constant (mort) al regeneratorului și conductelor de legătură :

$$V_M = V_{MD} + V_{Rg} + V_{MC} = XV_{DM} \tag{6}$$

Masa totală de agent de lucru (m_T) se obține prin însumarea maselor din fiecare spațiu al mașinii. În baza ipotezelor admise m_T este constantă :

$$m_T = \frac{1}{2}\frac{pV_{DM}}{RT_D}(1 + \cos\alpha) + \frac{k}{2}\frac{pV_{DM}}{RT_C}(1 + \cos(\alpha - \varphi)) + \frac{pV_M}{RT_M} \tag{7}$$

Notînd :

$$\bar{K} = \frac{2RT_C}{V_{DM}}m_T = \text{ct.} \tag{8}$$

relația (7) devine :

$$\frac{\bar{K}}{p} = (1 + \cos\alpha) + k(1 + \cos(\alpha - \varphi)) + 2X\frac{T_C}{T_M} \tag{9}$$

Efectuînd operațiile din relația (9) și notînd :

$$A = (k^2 + \tau^2 + 2k\,\tau\cos\varphi)^{1/2};\quad B = \tau + k + 2X T_C/T_M \tag{10}$$

$$C = A/B;\quad \theta = \operatorname{arctg}(k\sin\varphi/(\tau + k\cos\varphi)) \tag{11}$$

se obține legea de variație a presiunii instantanee, ca o funcție de cei patru parametri ai analizei : $\tau = T_C/T_D$, $K = V_{CM}/V_{DM}$, $X = V_M/V_{DM}$ și φ, precum și de unghiul de rotație al arborelui mașinii α, sub forma :

$$p = \bar{K}/B/(1 + C\cos(\alpha - \theta)) \tag{12}$$

Analizînd relația (12) se constată că presiunile maximă și minimă pe ciclu se obțin cînd numitorul trece prin valorile de minim și respectiv maxim. Astfel pentru $\alpha = \theta$, presiunea instantanee va fi minimă și va avea expresia :

$$p_{\min} = \bar{K}/B/(1 + C) \tag{13}$$

iar pentru $\alpha = \theta + \pi$, presiunea instantanee va fi maximă și va avea expresia :

$$p_{\max} = \bar{K}/B(1 - C) \tag{14}$$

În consecință, presiunea instantanee se poate scrie în funcție de valorile ei extreme cu una din relațiile :

$$p = p_{\max}(1 - C)/(1 + C\cos(\alpha - \theta));\quad p = p_{\min}(1 + C)/(1 + C\cos(\alpha - \theta)) \tag{15}$$

Expresia presiunii instantanee, conform relațiilor (15), este valabilă atît pentru ciclul direct cît și pentru ciclul inversat. Din relațiile de definiție (11) pentru coeficientul C și unghiul θ se constată următoarele :

— C depinde în mică măsură de parametrii adimensionali τ și k, parametrii ce diferă esențial în funcție de tipul mașinii (pentru ciclul direct $\tau^d < 1$, $k^d \leqslant 1$, iar pentru ciclul inversat $\tau^i > 1$, $k^i > 1$);

— θ, definit ca unghi de defazaj al legii de variație a presiunii instantanee în raport cu legea de variație a volumului instantaneu generat în spațiul de destindere, depinzînd de parametrii adimensionali τ și k, va lua valori esențiale diferite în funcție de tipul mașinii.

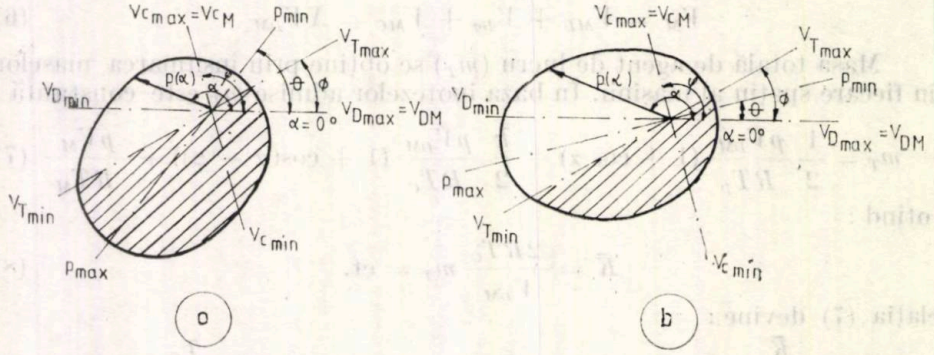


Fig. 5 — Diagrama polară a presiunii instantanee din mașinile cu ciclul Stirling
a) ciclul direct ; b) ciclul inversat

În figura 5 este prezentată diagrama polară a presiunii instantanee într-o mașină ce lucrează după un ciclu Stirling în mod diferențiat pentru ciclul direct (fig. 5, a) și pentru ciclul inversat (fig. 5, b). Pentru claritatea diagramelor, s-a considerat raportul p_{max}/p_{min} mai mare decît în realitate (în ciclul real $p_{max}/p_{min} \simeq 2 \div 2{,}5$, iar unghiul φ variază în limitele $60° - 120°$). Din aceste diagrame polare se observă că, pentru același unghi de defazaj O al legii de variație a volumului total generat față de legea de variație a volumului instantaneu generat în spațiul de destindere, unghiul de defazaj al legii de variație a presiunii instantanee θ are valori diferite pentru ciclurile considerate : $\theta^d > O$ iar $\theta^i < O$. În consecință, din fig. 5, a reiese că presiunea medie în motorul termic cu gaze în timpul cursei de destindere (de la $V_{T\,min}$ la $V_{T\,max}$ — zona de elipsă haşurată) este mai mare decît în timpul cursei de comprimare (de la $V_{T\,max}$ la $V_{T\,min}$). Din fig. 5, b reiese că presiunea medie în instalație frigorifică și în pompa termică cu gaze, în timpul cursei de destindere (de la $V_{T\,min}$ la $V_{T\,max}$ — zona de elipsă haşurată) este mai mică decît în timpul cursei de comprimare (de la $V_{T\,max}$ la $V_{T\,min}$) iar în acest caz mașina consumă lucru mecanic.

Pentru înțelegerea mai ușoară a dependenței de fază a presiunii instantanee p în funcție de variația volumelor instantanee generate V_D, V_C și V_T, aceste mărimi sînt reprezentate desfășurat în figura 6 în funcție de unghiul de rotație al arborelui mașinii (α). Din această figură se vede că presiunea instantanee are o lege de variație aproape sinusoidală ,fiind minimă pentru $\alpha = 0$ și maximă pentru $\alpha = \theta + \pi$.

Expresia presiunii medii pe ciclu se obține conform figurii 6, din relația :

$$p_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d(\alpha - \theta) \qquad (16)$$

în care dacă se înlocuiește expresia presiunii instantanee dată de una din relațiile (15), se obține :

$$p_{med} = (p_{min} \cdot p_{max})^{1/2} = p_{max}((1 - C)/(1 + C))^{1/2} \quad (17)$$

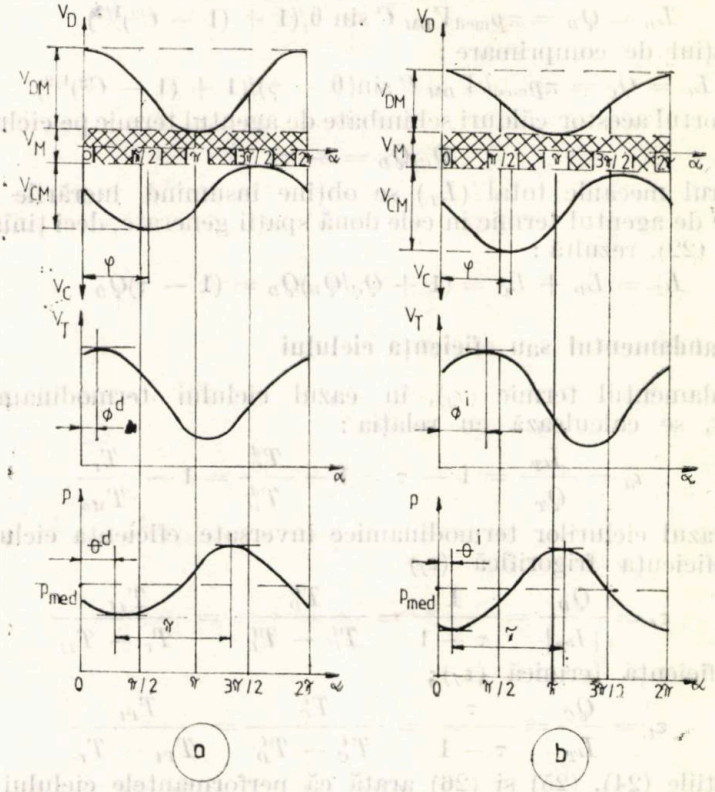


Fig. 6 — Variația mărimilor instantanee în mașinile cu ciclul Stirling : a) ciclul direct b) ciclul inversat

Înlocuind relația (17) în (15) se obține expresia presiunii instantanee în funcție de presiunea medie pe ciclu :

$$p = p_{med}(1 - C^2)^{1/2}/(1 + C\cos(\alpha - \theta)) \quad (18)$$

2.2. *Analiza schimbului de energie a agentului de lucru cu exteriorul*

Cantitățile de căldură transferate într-un ciclu în spațiile de comprimare și destindere (Q_C, Q_D) se realizează avîndu-se la bază ipoteza că temperatura masei instantanee de agent de lucru ce se află în aceste spații este constantă. În consecință căldurile schimbate în aceste spații vor fi echivalente cu lucrul mecanic și deci $\theta_D = L_D$, $Q_C = L_C$. Lucrul mecanic schimbat de agentul termic cu exteriorul într-un ciclu se calculează cu relația :

$$L = \int_0^{2\pi} p dV \quad (19)$$

Dacă se ține seama de expresiile presiunii instantanee p și a volumelor instantanee V_D și V_C, date de relațiile (2) (3) și (18), efectuînd calcule se obține :

— în spațiul de destindere :

$$L_D = Q_D = \pi p_{med} V_{DM} C \sin\theta/(1 + (1 - C^2)^{1/2}) \tag{20}$$

— în spațiul de comprimare :

$$L_C = Q_C = \pi p_{med} k V_{DM} C \sin(\theta - \varphi)/(1 + (1 - C^2)^{1/2}) \tag{21}$$

Raportul acestor călduri schimbate de agentul termic pe ciclu rezultă :

$$Q_C/Q_D = -\tau \tag{22}$$

Lucrul mecanic total (L_T) se obține însumînd lucrările mecanice schimbate de agentul termic în cele două spații generate, deci ținînd seama de relația (22), rezultă :

$$L_T = L_D + L_C = (1 + Q_C/Q_D)Q_D = (1 - \tau)Q_D \tag{23}$$

3. Randamentul sau eficiența ciclului

Randamentul termic (η_t), în cazul ciclului termodinamic direct considerat, se calculează cu relația :

$$\eta_t = \frac{L_T}{Q_T} = 1 - \tau = 1 - \frac{T_C^d}{T_D^d} = 1 - \frac{T_r}{T_{Mo}} \tag{24}$$

În cazul ciclurilor termodinamice inversate eficiența ciclului este :

— eficiența frigorifică (ε_f)

$$\varepsilon_f = \frac{Q_D}{|L_T|} = \frac{1}{\tau - 1} = \frac{T_D^i}{T_C^i - T_D^i} = \frac{T_{If}}{T_r - T_{If}} \tag{25}$$

— eficiența termică (ε_t) ;

$$\varepsilon_t = \frac{Q_C}{L_T} = \frac{\tau}{\tau - 1} = \frac{T_C^i}{T_C^i - T_D^i} = \frac{T_{Pt}}{T_{Pt} - T_r} \tag{26}$$

Relațiile (24), (25) și (26) arată că performanțele ciclului Stirling după metoda Schmidt sînt identice cu cele ale ciclului Stirling ideal și identice cu cele ale ciclului Carnot cuprinse între aceleași limite de temperaturi, conform lucrării [5].

4. Distribuția masei agentului termic în mașină

Expresiile analitice ale masei instantanee de agent termic în spațiile mașinii se obțin din ecuația de stare aplicată spațiilor considerate. Ținîndu-se seama de expresiile presiunii și volumelor, instantanee, precizate de relațiile (18), (2) și (3), se obține :

masa instantanee în spațiul de destindere :

$$m_D = \frac{1}{2} \frac{p_{med} V_{DM}}{RT_D} \cdot \frac{(1 + \cos\alpha)(1 - C^2)^{1/2}}{1 + C\cos(\alpha - \theta)} \tag{27}$$

masa instantanee în spațiul de comprimare :

$$m_C = \frac{k}{2} \frac{p_{med} V_{DM}}{RT_C} \cdot \frac{(1 + \cos(\alpha - \varphi))(1 - C^2)^{1/2}}{1 + C\cos(\alpha - \theta)} \tag{28}$$

masa instantanee în spațiul mort al regeneratorului :

$$m_M = X \frac{p_{med} V_{DM}}{RT_M} \cdot \frac{(1 - C^2)^{1/2}}{1 + C\cos(\alpha - \theta)} \tag{29}$$

Masa totală de agent termic din mașină se va calcula însumînd masele instantanee din spațiile considerate ale mașinii. Ținîndu-se cont de relațiile (27), (28) și (29) se poate scrie :

$$mT = \frac{p_{med} V_{DM}}{RT_C} \cdot \frac{(1 - C^2)^{1/2}}{1 + C\cos(\alpha - \theta)} \left(+ \frac{k}{2}(1 + \cos\varphi) + X\frac{T_C}{T_M} \right) \tag{30}$$

5. Parametrii adimensionali ai căldurii

Pentru a putea compara mașinile cu ciclul regenerativ de tip Stirling se introduc doi parametri caracteristici adimensionali :

— căldura extrasă în spațiul de destindere raportată la masa totală de agent termic ce evoluează în mașină și care se calculează cu relația :

$$Q_m = Q_D / m_T / R / T_C \tag{31}$$

Fiind un parametru extensiv rezultă că, la o aceeași valoare Q_m creșterea performanțelor mașinilor este limitată de creșterea cantității de agent termic necesar, ce determină, în ultimă instanță, creșterea gabaritului mașinii.

— căldura extrasă în spațiul de destindere, raportată la presiunea maximă realizată pe ciclu, parametrul ce se calculează cu relația :

$$Q_{p_{max}} = Q_D / p_{max} / V_{TM} \tag{32}$$

Pentru aceeași valoare a parametrului intensiv $Q_{p_{max}}$, creșterea performanțelor mașinilor este limitată de problemele de rezistență ce apar la presiuni prea mari.

Explicitînd mărimile din relațiile (31), și (32), pentru parametrii caracteristici adimensionali ai căldurii, rezultă următoarele expresii :

$$Q_m = \pi C \sin\theta(1 + C\cos\theta)/(1 - C^2)^{1/2}/(1 + (1 - C^2)^{1/2}/(\tau + k(1 + \cos\varphi)/2 + x T_C/T_M) \tag{33}$$

$$Q_{p_{max}} = \pi C \sin\theta(1 - C)^{1/2}/(1 + k)/(1 + C)^{1/2}/(1 + (1 - C^2)^{1/2}) \tag{34}$$

6. Concluzii

Lucrarea pune în evidență faptul că metoda Schmidt este una din puținele metode, elaborate pînă în prezent, ce permite abordarea ciclului Stirling generalizat (ciclul direct și cel inversat). Astfel, deși modelul matematic este unic, iar calculele sînt identice, datorită diferențelor esențiale între valorile parametrilor adimensionali τ și k, pentru cele două tipuri de cicluri rezultatele analizei sînt esențial diferite.

Modelul matematic prezentat pune în evidență dependența performanțelor mașinii cu ciclu Stirling de patru parametri : τ (parametru funcțional) și K, X, φ (parametri constructivi). Astfel modelul matematic permite studiul influenței acestor parametri de analiză și oferă posibilitatea alegerii unor valori optime pentru realizarea unui anumit efect util maxim.

Avînd în vedere simplitatea relațiilor de calcul, modelul matematic considerat poate fi adoptat și pentru alte variante constructive ale mașinilor cu ciclu Stirling, iar o dată adoptat oferă avantajul analizei generalizate (ciclul direct și inversat).

Modelul matematic prezentat, cu toate idealizările lui — procese izotermice, neglijarea pierderilor gazodinamice de presiune la curgerea agentului prin mașină — față de situația reală a proceselor din mașinile actuale, este un instrument de bază, în munca de cercetare și proiectare, permițînd prin calcule foarte simple și rapide obținerea unor indicații în ceea ce privește performanțele prezumtive și direcțiile de perfecționare ale mașinilor termice cu ciclu regenerativ de tip Stirling.

Notații

T_r — temperatura agentului de răcire
$\tau = T_C/T_D$ — raportul temperaturilor din spațiul de comprimare (V_C) și din cel de destindere (V_D);
$k = V_{CM}/V_{DM}$ — raportul volumelor maxime generate în cele două spații: V_C și V_D;
$X = V_M/V_{DM}$ — coeficientul spațiului mort al mașinii;
φ — unghiul de defazaj al legii de variație în timp a volumului V_C față de legea de variație în timp a volumului V_D;
PMI, PME — punctul mort interior și exterior — față de spațiul de lucru al pistonului ce generează volumul;

Indici:

M_0, *If, Pl* — pentru motor, instalație frigorifică și pompă termică;
d, i — pentru ciclul direct și respectiv pentru ciclul inversat;
D, C, M, T, — pentru spațiul de destindere, comprimare, mort și respectiv total;
min, med, max — pentru valoarea minimă, medie și respectiv maximă.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Urieli*, A Current Review of Stirling Cycle Machine Analysis Methods, Paper 839113, Proc. 18 IECEC, 1983.
2. *Gh. Popescu, ș.a.*, Contribuții la studiul comportării mașinilor termice cu ciclu regenerativ de tip Stirling utilizînd ca agent de lucru un amestec binar bifazic, Buletinul IPB, Mecanică, 1984—1985.
3. *G. Walker*, Stirling Engine, Clarendon Press — Oxford, 1980.
4. *Vs. Radcenco, ș.a.*, Instalații frigorifice și criogenice — probleme, București, Ed. Tehnică, 1987.
5. *D. Taraza*, Ciclul Carnot ca ciclu posibil pentru un motor termic, Buletinul IPB, Mecanică, 1984—1985.

Generalized Mathematical Method for the Theoretical Analysis of the Thermal Machines with Stirling Regenerative Cycle

The subject of the report is the elaboration of a generalized mathematical method for the theoretical analysis of thermal machines with Stirling regenerative cycle, which gives the opportunity to approach all the developping directions of these machines: engines, refrigerating machines and heat pumps. The presented mathematical method was obtained generalizing the Schmidt method. Such an analysis method, even in the case of a certain idealization degree, as the Schmidt solution, is of a real interest for specialists, representing a common point of view. These results represent, in the authors opinion the starting point of the theoretical informations exchange, with implications concerning also the practical result, the constructional and the technological solutions, in order to improve the machines with Stirling cycle. In this report considering the oneness of direct and reversed cycles theoretical analysis, are underlined the essential elements wich make the difference between the machines as a function of realized useful effect. The presented mathematical method offers the possibility for a computer solution in order to obtain a quick evaluation of the theoretical performance, also for optimizing these thermal machines.

C.Z.: 621.97
510.5

ASUPRA UNEI PROBLEME DE CONTACT

N. CONSTANTIN *

Problema poansonului rigid a fost abordată de numeroşi autori, soluţiile analitice propuse fiind complicate, unele dintre ele folosind ipoteze simplificatoare importante. În lucrare se prezintă această problemă studiată pe modele similare celor cercetate de Staerman. Calculul a fost făcut cu metoda elementelor finite, coroborată cu o metodă de simulare a contactului propusă într-o lucrare anterioară. Rezultatele sînt comparate cu cele analitice obţinute de Staerman.

1. Introducere

Problemele de contact fac parte dintre problemele clasice ale teoriei elasticităţii, începînd cu cea a lui Boussinesq şi terminînd cu a lui Hertz. Una dintre ele este cea a poansonului rigid ce apasă asupra unui mediu elastic. Această problemă a fost studiată de mai mulţi autori, care au luat în considerare variante în care poansonul are diverse forme, obţinîndu-se soluţii analitice complicate, ce folosesc uneori şi anumite ipoteze privind modul de repartiţie a presiunii pe zona de contact [1] [2].

În cele ce urmează se vor prezenta rezultate obţinute numeric, folosind metoda elementelor finite, pentru unele dintre aceste variante, în comparaţie cu rezultatele obţinute analitic de Staerman [4].

2. Problema plană

Problema plană a poansonului rigid a fost studiată în două variante de modelare.

Pentru prima variantă s-a folosit un model ce reprezenta un poanson foarte rigid care apăsa asupra unui semiplan elastic, constînd dintr-un semicerc cu o rază de 3,75 ori mai mare decît jumătate din lungimea poansonului. Modelul de calcul a cuprins numai jumătate din poanson şi semiplan, folosindu-se proprietatea de simetrie faţă de o axă (fig. 1). El a fost discretizat cu ajutorul unei reţele cu 133 de noduri şi 104 elemente patrulatere izoparametrice în stare plană de deformaţii. Pentru simularea contactului între poanson şi semiplan s-a folosit metoda propusă în [5]. Astfel, între nodurile corespondente ale poansonului şi semiplanului s-au

* Şef lucrări ing., catedra Rezistenţa materialelor

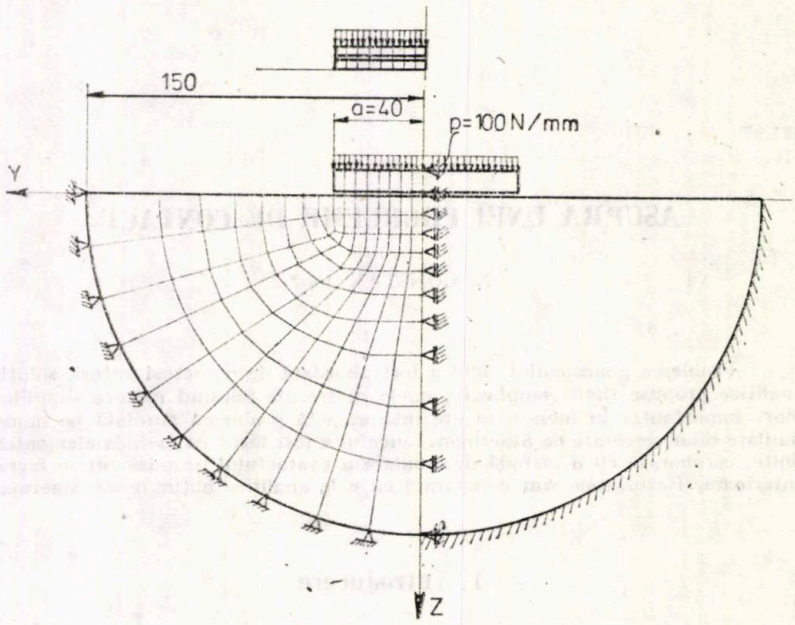


Fig. 1

definit elemente de bară articulată foarte scurte. Caracteristicile elastice ale materialului poansonului au fost $E_p = 10^8$ N/mm^2 și $\nu_p = 0{,}3$, iar ale materialului semiplanului, $E_s = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2 și $\nu_s = 0{,}3$.

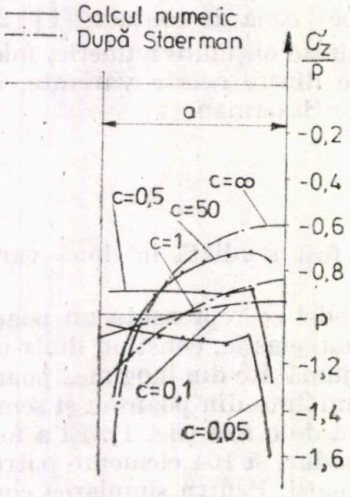


Fig. 2

Obiectivul studiului l-a constituit determinarea tensiunilor normale la suprafața de contact în semiplanul elastic, în condițiile în care rigiditatea elementelor de bară folosite în simularea contactului variază. Distribuția acestor tensiuni în zona semiplanului acoperită de poanson este ilustrată în figura 2. În aceeași figură sînt prezentate comparativ rezultatele obținute analitic de Staerman. Acesta a considerat că între poanson și semiplan se află un strat elastic intermediar cu rigiditate variabilă, situațiile de calcul fiind caracterizate de parametrul

$$c = \frac{2a(1 - \nu_s^2)}{k \cdot E_s}, \qquad (1)$$

unde a este jumătate din lungimea poansonului (v. fig. 1);

E_s, ν_s coeficienții elastici ai semiplanului;

k — coeficient care ilustrează comportarea elastică a stratului intermediar.

În cazul modelului cu elemente finite, stratul elastic intermediar este reprezentat de elementele de bară articulată, iar coeficientul k are expresia

$$k = \frac{l_b}{E_b}. \tag{2}$$

În figura 3 este prezentată distribuția tensiunilor normale în elementele de bară articulată.

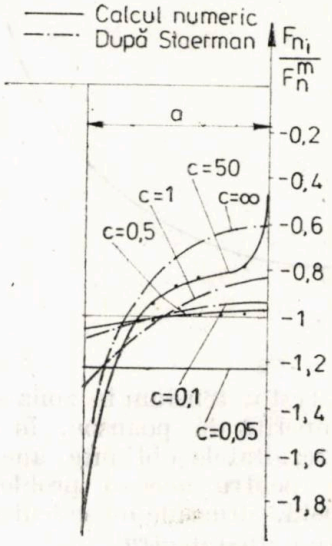


Fig. 3

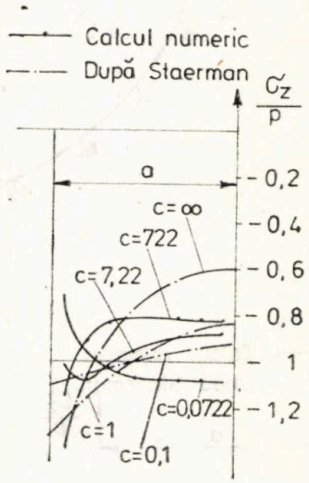


Fig. 4

În a doua variantă de modelare, s-a intercalat un strat elastic între elementele de bară articulată și semiplanul elastic (v. fig. 1). Modelul de calcul a cuprins acum 142 de noduri și 112 elemente de același tip cu cele folosite anterior. Distribuția tensiunilor normale la suprafața de contact în semiplanul elastic este ilustrată în figura 4.

3. Problema spațială

Problema spațială a poansonului rigid a fost studiată, de asemenea, în două variante. În ambele variante s-a folosit un model ce reprezenta un poanson cilindric rigid cu marginile rotunjite, care apasă asupra unui semispațiu elastic, constînd dintr-o semisferă cu raza de trei ori mai mare decît a poansonului.

În prima variantă, modelul de calcul a cuprins 92 de noduri și 68 de elemente izoparametrice patrulatere axial-simetrice (fig. 5). Contactul a fost simulat tot cu ajutorul unor elemente de bară articulată foarte scurte, definite între nodurile corespondente ale suprafeței plane a poansonului și ale semispațiului. Caracteristicile elastice ale materialului poansonului și semispațiului au fost aceleași ca la problema plană.

Obiectivul studiului a fost și în acest caz determinarea tensiunilor normale la suprafața de contact în semispațiul elastic, pentru diverse raze de racordare ale marginilor poansonului. În figura 6 se prezintă dis-

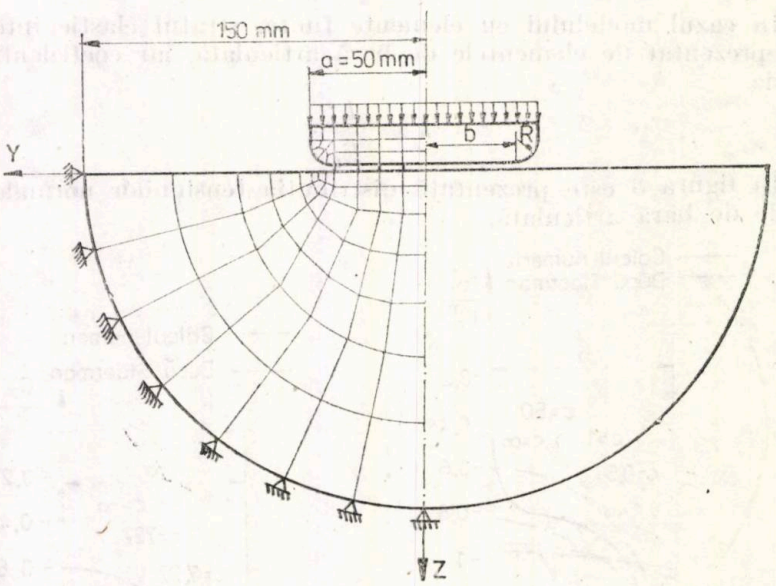


Fig. 5

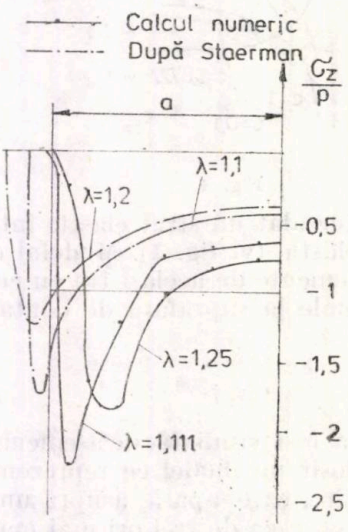


Fig. 6

tribuția acestor tensiuni în zona semispațiului acoperită de poanson, în comparație cu rezultatele obținute analitic de Staerman pentru aceeași problemă. De data aceasta, situațiile de calcul sînt caracterizate de parametrul

$$\lambda = \frac{a}{b}, \qquad (3)$$

unde mărimile a și b sînt ilustrate în figura 5.

În a doua variantă, modelul de calcul a cuprins un sfert din poanson și semispațiul elastic, ținîndu-se seama de dubla simetrie a acestora (fig. 7). El a fost discretizat cu ajutorul unei rețele de 651 de noduri, definind 374 elemente izoparametrice spațiale cu număr variabil de noduri. Obiectivul studiului a fost același ca în prima variantă, distribuția tensiunilor în semispațiul elastic fiind prezentată în figura 8, în comparație cu rezultatele obținute analitic de Staerman și ținînd seama de același parametru λ.

4. Observații și concluzii

Pentru a trage concluzii corecte din comparația între rezultatele obținute numeric de autor și cele obținute pe cale analitică de Staerman, trebuie mai întîi precizate deosebirile ce au existat între modelele de calcul

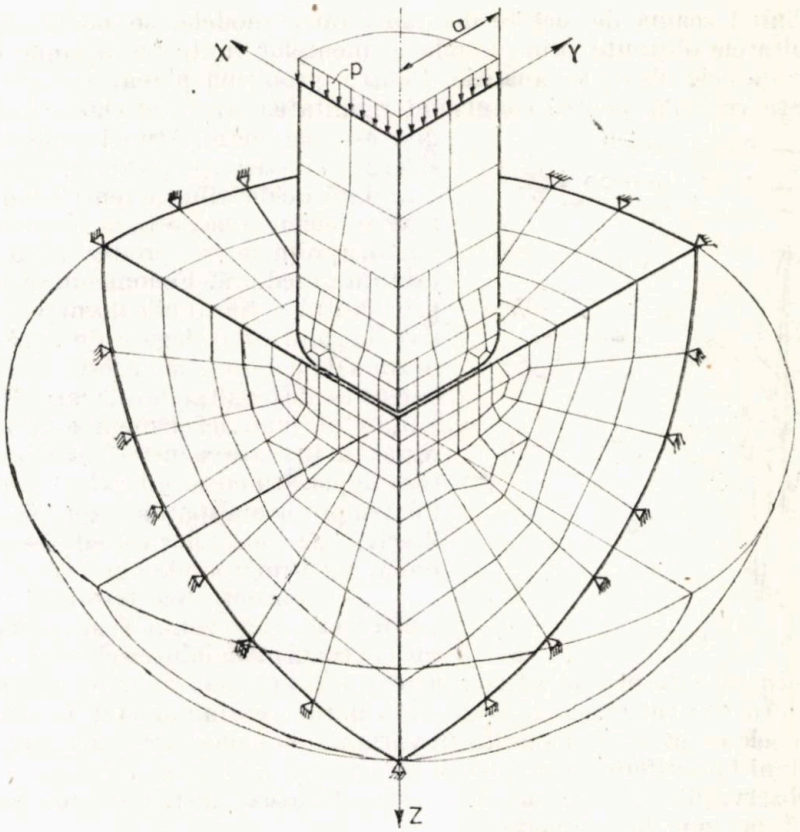


Fig. 7

folosite în cele două cazuri. Astfel, în calculele sale, Staerman a considerat că deplasarea punctelor domeniului elastic aflate în contact cu poansonul este constantă, lucru valabil numai în cazul în care rigiditatea poansonului este infinită. În cazul modelului numeric, rigiditatea aleasă pentru poanson a permis obținerea unei uniformități acceptabile a acestor deplasări, abaterile în jurul valorii medii nedepășind 2% în toate cazurile de calcul. Pe de altă parte, Staerman a considerat un domeniu elastic cvasiinfinit, în timp ce modelul numeric a cuprins un domeniu mult mai restrîns. Acest lucru a fost îndreptățit de faptul că înseși rezultatele teoretice confirmă că principiul lui Saint Venant se aplică și în această situație, în sensul că distribuția tensiunilor în domeniul elastic în imediata vecinătate a zonei de contact nu este sensibil influențată de distanța la care se presupune că deplasările punctelor devin nule, dacă această distanță este mai mare decît dimensiunile zonei de contact [1] [3]. În sfîrșit, rezultatele obținute de Staerman se referă la distribuția presiunii în zona de contact, presiune ce produce deplasarea constantă a punctelor domeniului elastic, autorul rezolvînd de fapt problema prin metoda inversă. În cazul modelului numeric, presiunea de contact s-a considerat egală cu tensiunile normale în domeniul elastic în zona acoperită de poanson, ca o consecință a condițiilor la limită în tensiuni.

Ținînd seama de aceste deosebiri între modele, se poate aprecia că rezultatele obținute prin metoda elementelor finite se apropie destul de mult de cele obținute analitic. Pentru problema plană, această apropiere este valabilă pentru cazul cînd rigiditatea stratului elastic intermediar este mai mare. Atunci cînd s-a considerat că distribuția presiunii de contact este dată de distribuția tensiunilor normale în elementele de bară articulată (v. fig. 3), apropierea s-a produs și la o rigiditate intermediară. Fenomenul se explică prin faptul că tensiunile normale respective sînt mai direct legate de deplasările în zona de contact, iar aceste deplasări, ce constituie rezultatele cel mai bine aproximate ale metodei elementelor finite, au respectat în toate cazurile foarte bine ipoteza deplasării constante a lui Staerman. Pentru problema spațială, apropierea calitativă a rezultatelor este de asemenea bună, cu următoarele observații :

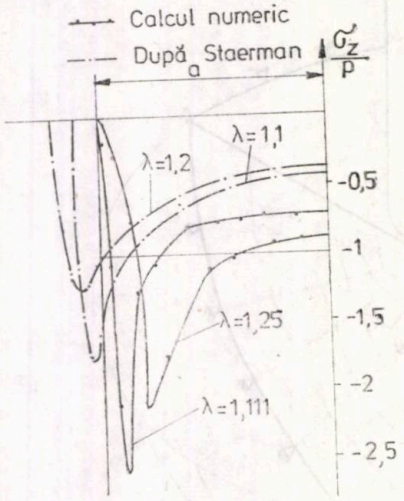


Fig. 8

— Concentrarea tensiunilor către periferia zonei de contact este mai puternică în cazul modelului cu elemente finite, iar punctul de extrem este situat, pentru acest model, chiar pe granița ei ;

— În centrul zonei de contact, valorile tensiunilor sînt în compensație cu cele de la periferie, adică în varianta cu concentrare mai puternică de tensiuni la periferie tensiunile în centru sînt mai mici și invers.

Observațiile de mai sus dau cîștig de cauză distribuției de tensiuni obținută pe modelul numeric.

Rezultatele de ansamblu obținute folosind metoda elementelor finite, ce urmează a fi confruntate și cu rezultate experimentale, confirmă încă o dată că metoda de simulare a contactului între corpuri propusă în [5] este corectă și conformă cu fenomenul fizic.

BIBLIOGRAFIE

1. *L. Solomon*, Elasticitate liniară. Introducere matematică în statica solidului elastic, Editura Academiei R.S.R., București, 1969 ;
2. *R. Voinea, D. Voiculescu, V. Ceaușu*, Elasticitate și plasticitate, vol. II, Institutul Politehnic București, 1976 ;
3. *N.I. Bezuhov*, Teoria elasticității și plasticității, Editura tehnică, București, 1957 ;
4. *I.J. Staerman*, Kontaknie zadaci teorii uprugosti, Gostehizdat, Moscova, 1949 ;
5. *N. Constantin, M. Blumenfeld*, A Method for the Simulation of the Contact between the Surfaces of two Elastic Bodies by the Finite Element Method, Buletinul I.P.B., seria Transporturi-Aeronave, tom XLVIII, 1976.

Upon A Contact Problem

The rigid stamp problem was studied by numerous authors, who proposed complicated analytical solutions, some of them using important simplifying assumptions. The paper presents this problem studied on models similar to those investigated by Staerman. The calculus was performed by the finite element method mixed with a method for contact simulation proposed in a previous paper. The results are compared with the analytical ones obtained by Staerman.

C.Z: 621.8.02

STUDIU PRIVIND CINEMATICA RIGIDULUI

FL. P. SIMION *

În lucrare se studiază cinematica unui rigid, aplicîndu-se o altă metodă de calcul a derivatei unui vector în raport cu timpul, vector aflat într-un sistem de referință mobil.

Cu ajutorul relației astfel obținute, se determină ușor viteza și respectiv accelerația unui punct al rigidului.

1. Generalități

Mișcarea unui rigid este determinată dacă se cunosc poziția, viteza și accelerația ca funcții de timp ale unui punct oarecare A al rigidului în raport cu un sistem de referință fix $O_1x_1y_1z_1$, figura 1.

Alegînd un sistem $Oxyz$ solidar cu rigidul, punctul A are coordonatele x, y, z care rămîn constante în timpul mișcării. Punctul A are coordonatele x_1, y_1, z_1 față de sistemul fix, acestea fiind funcții de timp.

Notînd cu $\bar{r}$ vectorul care definește poziția punctului A față de sistemul de axe $Oxyz$, cu $\bar{r}_1$ poziția punctului A față de sistemul de axe $O_1x_1y_1z_1$ și cu $\bar{r}_0$ poziția originii O a sistemului mobil $Oxyz$ față de sistemul fix $O_1x_1y_1z_1$, între acești vectori există relația:

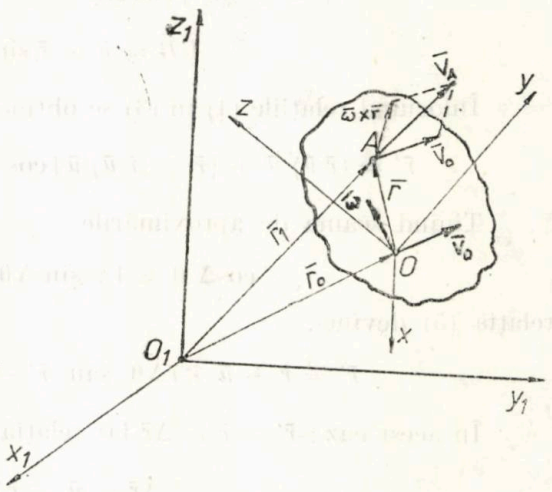


Fig. 1

$$\bar{r}_1 = \bar{r}_0 + \bar{r} \tag{1}$$

2. Distribuția vitezelor

Expresia vitezei se scrie:

$$\bar{v} = \dot{\bar{r}}_1 = \dot{\bar{r}}_0 + \dot{\bar{r}} \text{ în care } \dot{\bar{r}}_0 = \bar{v}_0 \tag{2}$$

* Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică

Calculul vectorului $\dot{\bar{r}}$. Deoarece $\bar{r}$ este un vector constant în modul, punctul A se va mișca în raport cu punctul O pe o sferă de rază $|\bar{r}|$. Într-un interval de timp elementar Δt un punct oarecare A descrie un arc de cerc AB, cu măsura $\Delta\theta$. Prin centrul O' al acestui cerc (figura 2) și punctul O, trece axa în jurul căreia s-a realizat rotația de unghi $\Delta\theta$.

Rezultă că în intervalul de timp Δt, mișcarea solidului rigid este compusă din mișcarea de translație definită prin vectorul de poziție $\bar{r}_0$ și mișcarea de rotație în jurul axei OO'. Orientînd segmentele de dreaptă din figura 2 se obține relația :

$$\overline{OB} = \overline{OO'} + \overline{O'C} + \overline{CB} \qquad (3)$$

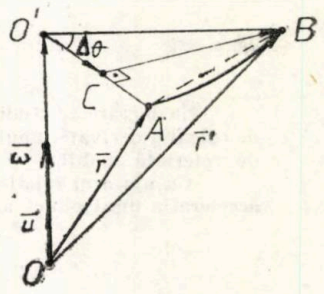


Fig. 2

iar

$$\overline{O'A} = \overline{O'B}$$

Se observă că :

$$\overline{OO'} = (\bar{r}\,\bar{u})\,\bar{u}$$

$$\overline{O'C} = \overline{O'B}\cos\Delta\theta = \overline{O'A}\cos\Delta\theta =$$

$$= (\overline{OA} - \overline{OO'})\cos\Delta\theta = [\bar{r} - (\bar{r}\,\bar{u})\,\bar{u}]\cos\Delta\theta \qquad (4)$$

$$\overline{CB} = \bar{u} \times \bar{r}\sin\Delta\theta$$

Înlocuind relațiile (4) în (3) se obține :

$$\bar{r}' = (\bar{r}\,\bar{u})\,\bar{u} + [\bar{r} - (\bar{r}\,\bar{u})\,\bar{u}]\cos\Delta\theta + \bar{u} \times \bar{r}\sin\Delta\theta \qquad (5)$$

Ținînd seama de aproximările

$$\cos\Delta\theta \approx 1\,;\ \sin\Delta\theta \approx \Delta\theta,$$

relația (5) devine :

$$\bar{r}' = \bar{r} + \bar{u} \times \bar{r}\Delta\theta \ \text{ sau } \ \bar{r}' - \bar{r} = \bar{u} \times \bar{r}\,\Delta\theta \qquad (6)$$

În acest caz : $\bar{r}' - \bar{r} = \Delta\bar{r}$ iar relația (6) se mai scrie :

$$\Delta\bar{r} = \bar{u} \times \bar{r}\Delta\theta \qquad (7)$$

Împărțind relația (7) cu Δt și trecînd la limită cînd $\Delta t \to 0$, rezultă :

$$\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t} = \bar{u} \times \bar{r}\,\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}, \qquad (8)$$

unde :

$$\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\bar{r}}, \text{ iar } \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega \qquad (9)$$

Ţinînd seama că $\omega \cdot \bar{u} = \bar{\omega}$, rezultă formula derivatei unui vector $\bar{r}$ în raport cu timpul;

$$\dot{\bar{r}} = \bar{\omega} \times \bar{r} \tag{10}$$

Înlocuind formula (10) în (2) se obţine:

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{r}, \tag{11}$$

relaţie cunoscută sub numele de formula lui Euler pentru distribuţia de viteze la un rigid.

3. Distribuţia acceleraţiilor

Derivînd în raport cu timpul expresia (11) a vitezei se obţine:

$$\bar{a} = \dot{\bar{v}} = \dot{\bar{v}}_0 + \dot{\bar{\omega}} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \dot{\bar{r}} = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) \tag{12}$$

rezultă

$$\bar{a} = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) \tag{13}$$

relaţie cunoscută sub numele de formula lui Rivals pentru distribuţia de acceleraţii la un rigid.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Voinea, D. Voiculescu, F. P. Simion,* Mecanica solidului cu aplicaţii în inginerie — Editura Academiei — 1988

A Study for Kinematics of Rigid Body

The paper is dealing with kinematics of rigid body. A computing method is presented for vector derivative versus time when vector is in a mobil reference system.

Velocity and acceleration of a rigid body point is easy deduced using the relation obtained in this paper.

C.Z : 621.51

O METODĂ DE CALCUL A CARACTERISTICII UNIVERSALE A TURBINEI AXIALE, POLIETAJATE, MONOROTOARE

V. STANCIU *

Lucrarea își propune să stabilească o metodă inginerească de calcul a caracteristicii universale a turbinei axiale, polietajate, bazată pe caracteristicile universale ale treptelor componente.

1. Introducere

În general, sistemele de propulsie actuale au în componență, unul sau mai multe grupuri turbo-compresoare de mare putere. Asigurarea acestor puteri este posibilă prin utilizarea turbinelor axiale polietajate cu randament mare în funcționare.

Sînt cunoscute, în general, în literatură, tehnici de calcul ale caracteristicilor universale ale turbinelor axiale monoetajate. Problema care se pune este de a stabili performanțele unei turbine polietajate pornind de la caracteristicile universale ale fiecărei trepte componente, construite prin metodele cunoscute. Este deci necesar să se determine gradul de destindere δ_T^*, al gazelor de ardere în turbina polietajată precum și a randamentului procesului de destindere, η_{UT}^* în funcție de parametrii de similitudine ai debitului, $M_g \cdot \sqrt{T_3^*}/p_3^*$ și al turației, $n/\sqrt{T_3^*}$ corespunzători condițiilor din secțiunea de intrare în turbină, 3—3.

Deci caracteristica universală a turbinei se poate exprima analitic prin :

$$\begin{cases} \delta_T^* = f\left(\dfrac{\mathring{M}_g\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}, \quad \dfrac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right) \\ \eta_{UT}^* = g\left(\dfrac{\mathring{M}_g\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}, \quad \dfrac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right) \end{cases} \tag{1}$$

Se presupune următoarea schemă de principiu a turbinei polietajate, figura 1.

Se notează prin 3—3, 3′—3′ și 4—4, secțiunile principale ale unei trepte de turbină, și cu indicele k secțiunile corespunzătoare ale treptei k.

---

* Șef lucrări dr. ing., catedra Aeronave și instalații de bord

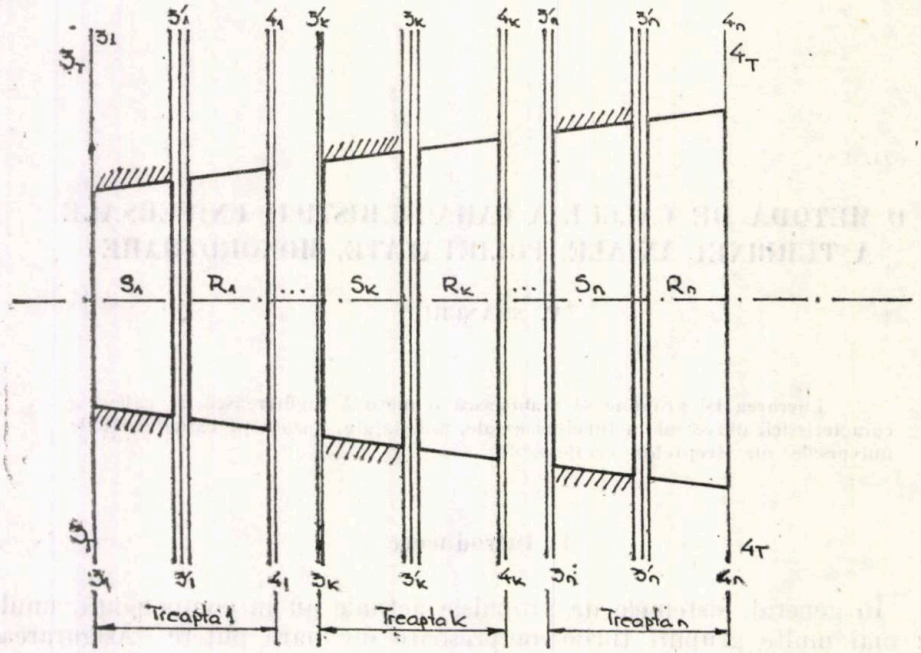


Fig. 1 — Schema de principiu a turbinei axiale polietajate, monorotoare

De asemenea, se presupun cunoscute, dintr-un calcul anterior, caracteristicile universale ale treptelor componente adică

$$\begin{cases} \delta^*_{T_k} = f_k\left(\mathring{M}_g \dfrac{\sqrt{T^*_3}}{p^*_3}\bigg|_k , \dfrac{n}{\sqrt{T^*_3}}\bigg|_k \right) \\ \eta^*_{UT_k} = g_k\left(\mathring{M}_g \dfrac{\sqrt{T^*_3}}{p^*_3}\bigg|_k , \dfrac{n}{\sqrt{T^*_3}}\bigg|_k \right), \end{cases} \tag{2}$$

în care evident,

$$\delta^*_{T_k} = \frac{p^*_3}{p^*_4}\bigg|_k \tag{3}$$

este gradul de destindere a gazelor de ardere în treapta k, iar

$$\eta^*_{UT_k} = \frac{1 - \dfrac{T^*_4}{T^*_3}\bigg|_k}{1 - \delta^{*\,-\frac{k'-1}{k'}}_{T_k}} \tag{4}$$

este randamentul periferic al treptei de turbină k.

Grafic, caracteristica universală a treptei k, se poate reprezenta ca în figura 2.

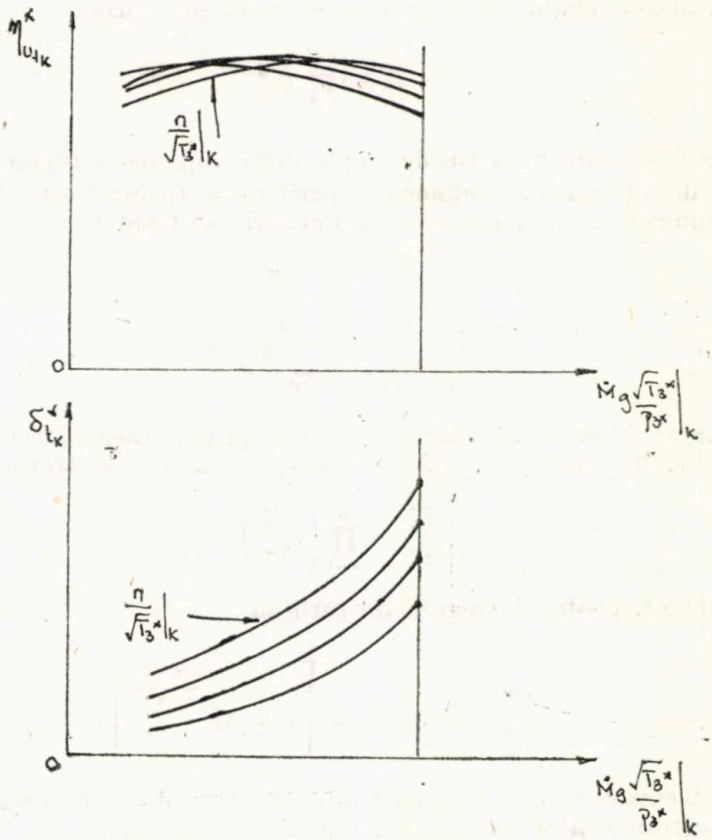


Fig. 2 — Caracteristica universală a treptei de turbină k

2. Generalizarea relațiilor de calcul ale lui δ^*_{Tk} și $\eta^*_{UT_k}$

Prin definiție

$$\delta^*_T = \frac{p^*_{3T}}{p^*_{4T}}, \tag{5}$$

sau ținînd seama de gradele de destindere intermediare,

$$\delta^*_T = \left|\frac{p^*_3}{p^*_4}\right|_1 \cdot \left|\frac{p^*_3}{p^*_4}\right|_2 \cdot \ldots \cdot \left|\frac{p^*_3}{p^*_4}\right|_k \cdot \ldots \cdot \left|\frac{p^*_3}{p^*_4}\right|_n. \tag{6}$$

S-a ținut seama, evident, de faptul că presiunea totală la intrarea în statorul unei trepte este egală cu presiunea totală la ieșirea din rețeaua mobilă a treptei precedente, în mișcare absolută.

$$p^*_{3_{k+1}} = p^*_{4_k} \tag{7}$$

Ca atare, relaţia (6) se poate restrînge, sub forma

$$\delta_T^* = \prod_{k=1}^{n} \delta_{Tk}^*, \tag{8}$$

în care n reprezintă numărul de trepte din componenţa turbinei.

Pe de altă parte, randamentul periferic al turbinei este dat de relaţia corespunzătoare, randamentului periferic al treptei

$$\eta_{UT}^* = \frac{1 - \frac{T_4^*}{T_3^*}}{1 - \delta_T^{*\,-\frac{k'-1}{k'}}}. \tag{9}$$

Raportul temperaturilor se poate exprima, asemănător raportului presiunilor, în funcţie de valorile corespunzătoare ale treptelor

$$\frac{T_4^*}{T_3^*} = \prod_{k=1}^{n} \left(\frac{T_4^*}{T_3^*} \right)_k. \tag{10}$$

Evident, pentru o treaptă de turbină

$$\left. \frac{T_4^*}{T_3^*} \right|_k = 1 - \eta_{UT_k}^* \left[1 - \delta_{T_k}^{*\,-\frac{k'-1}{k'}} \right]. \tag{11}$$

Problema ce se cere rezolvată este de a stabili pentru fiecare treaptă regimul corespunzător unui regim dat al primei trepte.

3. Stabilirea relaţiilor de tranziţie

Dacă se presupune cunoscut un regim de funcţionare pe caracteristica universală a primei trepte, se pot stabili regimurile corespondente ale treptelor turbinei, ţinîndu-se sema de condiţiile de dependenţă

$$\mathring{M}_g = \mathring{M}_{g_1} = \mathring{M}_{g_2} = \ldots = \mathring{M}_{g_k} = \ldots = \mathring{M}_{g_n}, \tag{12}$$

$$n = n_1 = n_2 = n_k = n_n, \tag{13}$$

$$p_{3k+1}^* = p_{4k}^*, \tag{14}$$

$$T_{3k+1}^* = T_{4k}^*. \tag{15}$$

Prin urmare, pentru debitul raportat

$$\mathring{M}_g \left. \frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*} \right|_k = \mathring{M}_g \left. \frac{\sqrt{T_4^*}}{p_4^*} \right|_{k-1} = \mathring{M}_g \left. \frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*} \right|_{k-1} \left| \frac{p_3^*}{p_4^*} \right|_k \sqrt{\left| \frac{T_4^*}{T_3^*} \right|_k}.$$

O relație asemănătoare se poate scrie pentru treapta de turbină $k-1$. Deci, în general

$$\mathring{M}_g \left.\frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}\right|_k = \mathring{M}_g \left.\frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}\right|_1 \left|\prod_{k=1}^{n-1}\right| \delta_{T_k}^* \sqrt{\left.\frac{T_4^*}{T_3^*}\right|_k} \tag{16}$$

În ceea ce privește turația raportată, relația de tranziție, ținînd seama că,

$$\left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_k = \left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_1 \cdot \sqrt{\left|\prod_{k=1}^{n}\right| \left.\frac{T_3^*}{T_4^*}\right|_k},$$

devine

$$\left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_k = \left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_1 \cdot \sqrt{\left|\prod_{k=1}^{n}\right| \left.\frac{T_3^*}{T_4^*}\right|_k}. \tag{17}$$

Ca atare, la un regim cunoscut pe caracteristica primei trepte se poate stabili regimul de funcționare corespunzător al treptei k, pe caracteristica acesteia utilizînd relațiile (16) și (17).

4. Calculul caracteristicii universale a turbinei polietajate

În condițiile în care se cunoaște poziția unui punct M_1 pe caracteristica primei trepte, se pot stabili imediat următorii parametri :

$$\mathring{M}_g \left.\frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}\right|_1, \ \delta_{T_1}^*, \ \eta_{UT_1}^*, \ \left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_1.$$

Pe baza relațiilor (16) și (17), se determină, pentru treapta a doua de turbină,

$$\mathring{M}_g \left.\frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}\right|_2 \text{ și } \left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_2,$$

respectiv poziția stării corespunzătoare punctului M_2, pe caracteristica treptei a doua.

Rezultă, prin citire, pe caracteristică, $\delta_{T_2}^*$ și $\eta_{UT_2}^*$, iar prin înlocuire în (1), $\left.\frac{T_4^*}{T_3^*}\right|_2$. Cu ajutorul acestor valori se determină parametrii stării punctului M_3, pe caracteristica treptei a treia ș.a.m.d.

Se obțin astfel pentru fiecare regim, reprezentat de punctul M_k, toate mărimile necesare pentru a calula, cu ajutorul relațiilor (8), (10) și (9), δ_T^* și η_{UT}^*, pentru o pereche de valori $\mathring{M}_g \frac{\sqrt{T_3^*}}{p_3^*}$ și $\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}$ cunoscute.

Calculul se reia pentru un alt regim M_1', pe aceeași curbă de turație raportată $\left.\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}\right|_1$. Locul geometric al acestor puncte, rezultate din calculul

global al turbinei, va reprezenta curba de $\frac{n}{\sqrt{T_3^*}}$, corespunzătoare turbinei, pentru variația lui δ_T^* și a randamentului turbinei. Se obține, reluînd calculul, pentru celelalte curbe de turație raportate, caracteristica universală a turbinei.

5. Concluzii

Metoda expusă permite stabilirea, cu exactitate a performanțelor unei turbine polietajate monorotoare.

Aceasta presupune însă o tratare corectă și exactă a caracteristicilor universale ale treptelor turbinei, pe baza parametrilor corespunzători regimului de calcul, nominal.

BIBLIOGRAFIE

1. *S.L. Dixon*, Fluid Mechanics, Termodynamic of Turbomachinery, Oxford, Pergamon Press, 1975.
2. *G.S. Jiritki*, Turbine cu gaze pentru aviație, București, Editura tehnică, 1952.
3. *V. Pimsner* ș.a. Procese în mașini termice cu palete, București, Editura tehnică, 1986.

A Method of Calculating The Universal Characteristic of the Axial, Multi-Stage, Single-Shaft Turbine

This work intends to establish an engineering method of caculating the universal characteristic of the axial, multi-stage, single-shaft turbine, based on the universal characteristics of its constitutive stages.

C.Z. : 624.044
621.762

INFLUENȚA DEFORMAȚIEI CIRCUMFERENȚIALE A INELULUI FLANȘEI PLATE ASUPRA ETANȘEITĂȚII

C. TACĂ, MIHAELA PĂUNESCU*

Se prezintă o metodă de calcul, exemplificată pe un lot de 26 flanșe standardizate, care dă posibilitatea stabilirii valorii deformației maxime pe circumferința inelului flanșei plate, a scăderii presiunii pe garnitură între două șuruburi consecutive și a forței suplimentare din șuruburi, datorate deformației inelului flanșei.
Valorile teoretice sînt comparate cu rezultate experimentale.

La strîngerea inițială a unei asamblări cu flanșe plate, datorită rigidității limitate a inelelor flanșelor, acestea se rotesc și se deformează circumferențial, atingînd o valoare maximă a deformației, Δf_{max}, la mijlocul distanței dintre două șuruburi alăturate (fig. 1) :

$$\Delta f_{max} = f_{max} - f_{min} \tag{1}$$

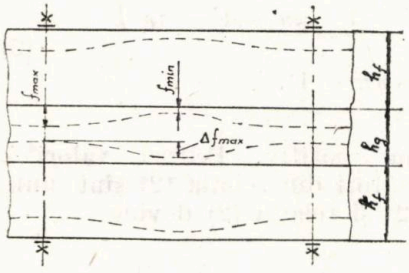


Fig. 1 — Deformația circumferențială a inelului flanșei
——— înainte de strîngerea inițială ;
— — — după strîngerea inițială

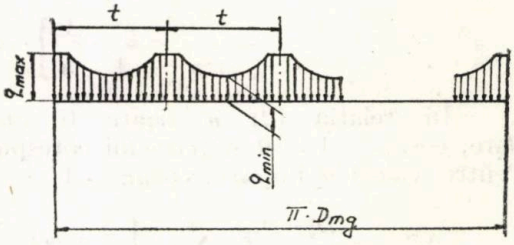


Fig. 2 — Distribuția presiunii pe garnitură după strîngerea inițială

Ca urmare, forța de strîngere inițială a șuruburilor, P_{s0}, nu se mai repartizează uniform în lungul circumferinței mediane a garniturii, iar presiunea pe garnitură q va fi maximă în dreptul șurubului, sub piuliță și minimă la mijlocul distanței dintre șuruburi (fig. 2).

Pentru determinarea săgeții pe circumferința inelului flanșei se au în vedere următoarele ipoteze ;

— inelul flanșei este o placă circulară, liber rezemată pe diametrul interior (fig. 3) ;

* Asist. ing. ; Șef lucrări ing., catedra Utilaj tehnologic-chimic

— în exploatare, inelul flanșei este solicitat de forțele concentrate P_{s1}, amplasate pe circumferința D_s a cercului de așezare al șuruburilor.

Practic, pentru stabilirea deformației pe circumferință, se determină diferența săgeților inelului flanșei în două puncte de pe inel : primul aflat pe raza care trece prin axa șurubului, iar al doilea aflat pe raza care trece la jumătatea distanței dintre șuruburi (fig. 4).

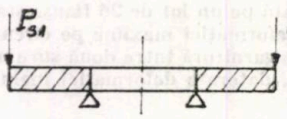


Fig. 3 — Solicitarea inelului flanșei — ipoteza de calcul

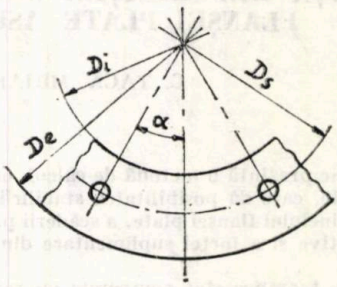


Fig. 4 — Geometria inelului flanșei

Diferența dintre săgețile inelului flanșei în dreptul șurubului și la jumătatea distanței dintre șuruburi, pe diametrul D_s, se determină cu relația [1] :

$$\Delta f'_{max} = \frac{D_s^2 \cdot P_{s1}}{16 \cdot \pi \cdot D} \sum_{n=1}^{\infty} \left[0{,}5 \cdot z \cdot \lambda^{2zn} \left(\frac{\lambda^2}{zn+1} + \frac{\lambda^{-2}}{zn-1} - \frac{2}{zn} \right) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{(zn)^2 - 1} \cdot \frac{1}{n} \right] \cdot (\cos n\pi - 1). \tag{2}$$

În relația (2) n poate fi numai pozitiv. Pentru valori n pare, $\cos n\pi - 1 = 0$ și termenii corespunzători din relația (2) sînt nuli. Pentru valori n impare, $\cos n\pi - 1 = -2$ și relația (2) devine :

$$\Delta f'_{max} = \frac{D_s^2 \cdot P_{s1}}{8\pi D} \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \left[\frac{z}{2} \lambda^{2zn} \left(\frac{2}{zn} - \frac{\lambda^2}{zn+1} - \frac{\lambda^{-2}}{zn-1} \right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{z(n)^2 - 1} \cdot \frac{1}{n} \right]. \tag{3}$$

Dacă se notează :

$$A = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \left[\frac{z}{2} \lambda^{2zn} \left(\frac{2}{zn} - \frac{\lambda^2}{zn+1} - \frac{\lambda^{-2}}{zn-1} \right) + \frac{1}{(zn)^2 - 1} \cdot \frac{1}{n} \right], \tag{4}$$

atunci :

$$\Delta f'_{max} = A \cdot \frac{D_s^2 \cdot P_{s1}}{8\pi D}. \tag{5}$$

Diferența dintre săgețile inelului flanșei în dreptul șurubului și la jumătatea distanței dintre șuruburile, pe diametrul D_{mg}, se determină cu relația :

$$\Delta f_{max} = \Delta f'_{max} \cdot \frac{d_e - d_i}{2(D_s - D_i)} . \tag{6}$$

Din analiza relației (4), se constată că A înregistrează cea mai mare valoare pentru flanșele cu $z = 4$ șuruburi. Cînd z crește, valoarea lui A scade și, în același timp, se reduce și valoarea săgeții inelului flanșei, între două șuruburi consecutive.

Cu Δf_{max} astfel calculat, se poate determina valoarea cu care scade presiunea pe garnitură :

$$\Delta q = 2 \cdot \Delta f_{max} \cdot \frac{E_g}{h_g} \tag{7}$$

Rezultatul obținut poate fi examinat avînd în vedere două aspecte importante : pierderea etanșeității și solicitarea suplimentară a șuruburilor în exploatare.

În ceea ce privește fenomenul de pierdere a etanșeității, se constată că presiunea pe garnitură, în exploatare, variază pe circumferința diametrului mediu al garniturii ca în figura 5, iar presiunea remanentă pe garnitură se determină cu relația :

$$q_R = q_{max} - \Delta q, \tag{8}$$

unde :

$$q_{max} = \frac{P_{s0}}{A_g} . \tag{9}$$

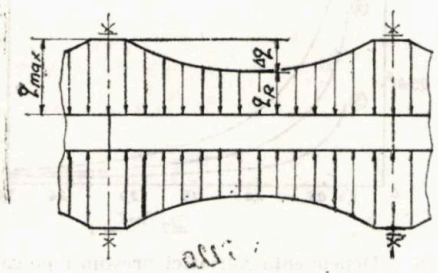


Fig. 5 — Distribuția presiunii pe garnitură în timpul exploatării

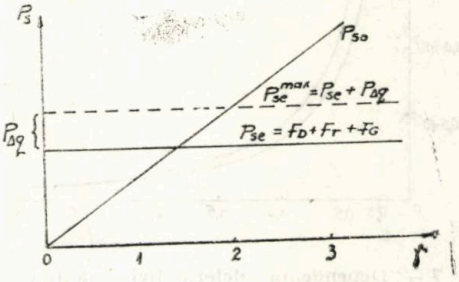


Fig. 6 — Sarcina totală din șuruburi în timpul exploatării

Sarcina suplimentară din șuruburi datorită deformației circumferențiale a inelului flanșei, se determină cu relația :

$$P_{\Delta q} = A_g \cdot \Delta q, \tag{10}$$

iar sarcina totală din șuruburi în timpul exploatării (fig. 6), este :

$$P_{s0}^{max} = F_T + F_G + F_D + P_{\Delta q}. \tag{11}$$

Forța P_{se}^{max} astfel determinată, trebuie să se compare cu forța de prestrîngere necesară P_{s0} și, de asemenea, trebuie să se verifice dacă presiunea maximă pe garnitură (în dreptul șuruburilor), în aceste condiții, nu depășește valoarea care duce la distrugerea garniturii.

Pentru un număr de 26 flanșe plate (STAS 9801/4—1979), au fost determinate săgețile maxime ale inelului flanșei pe circumferință, scăderea presiunii pe garnitură și forța suplimentară din șuruburi, corespunzătoare presiunii maxime de utilizare indicate în standard, pentru trei grosimi ale garniturii (3 ; 1,5 ; 0,8 mm) confecționate din Marsit Universal (MU 275—500, STAS 3498—1981).

În urma cercetărilor efectuate, s-au putut trage următoarele concluzii, ilustrate în figurile 7,8 și 9 :

a) cu cît diametrul flanșei este mai mare, cu atît deformația maximă a inelului flanșei Δf_{max}, variația presiunii pe garnitură Δq și forța suplimentară din șuruburi $P_{\Delta q}$ se micșorează, pentru aceeași grosime a garniturii ;

b) variind grosimea garniturii, s-a putut observa că la același diametru, cele mai mari valori pentru Δf_{max}, Δq și $P_{\Delta q}$ se obțin pentru garnitura cea mai subțire;

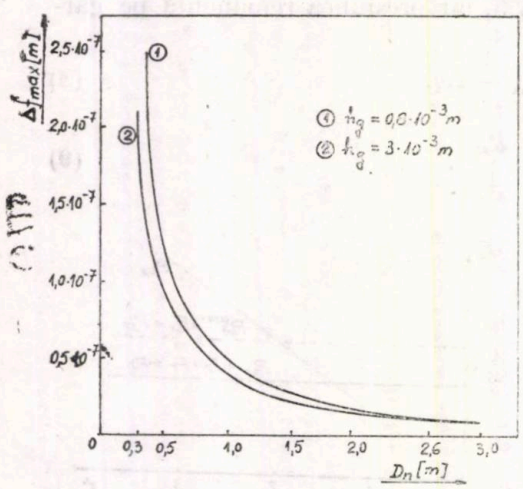


Fig. 7 — Dependența deformației maxime a inelului flanșei de diametrul nominal al flanșei

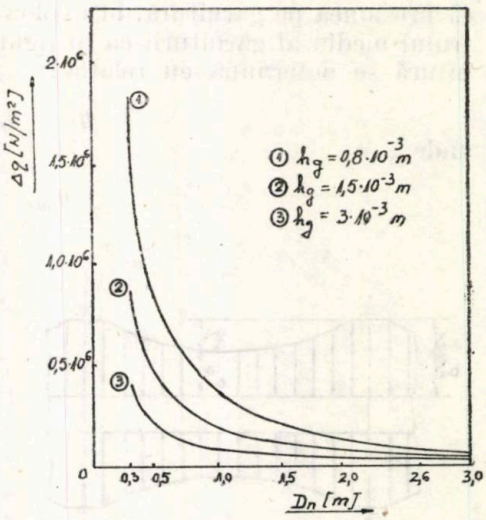


Fig. 8 — Dependența variației presiunii pe garnitură de diametrul nominal al flanșei

c) datorită deformației pe circumferință a inelului flanșei, forța de strîngere inițială a șuruburilor trebuie mărită cu $P_{\Delta q}$, astfel încît în exploatare, forța totală din șuruburi să fie P_{se}^{max} (fig. 6) ;

d) în cazul utilizării garniturilor groase, $P_{se}^{max} > P_{s0}$, iar în cazul utilizării garniturilor subțiri, $P_{se}^{max} < P_{s0}$.

e) micșorarea efectului deformării pe circumferință a inelului flanșei plate, asupra etanșeității asamblării, se poate face adoptînd următoarele soluții constructive :

— creșterea rigidității inelului flanșei prin reducerea extinderii sale radiale și prin îngroșarea lui;

— micșorarea pasului șuruburilor prin creșterea numărului de șuruburi-soluție dezavantajoasă din punct de vedere economic și tehnic pentru diametre mari;

— introducerea la mijlocul distanței dintre două șuruburi a unor nervuri de rigidizare;

f) în urma unor determinări experimentale efectuate de autori pe modele cu diametrele nominale de 300, 500, și 800 mm, s-a constatat că relația (3) pentru calculul deformației, dă valori mai mari cu 12—15% decît cele determinate experimental și în consecință, poate fi utilizată în rezolvarea acestei probleme;

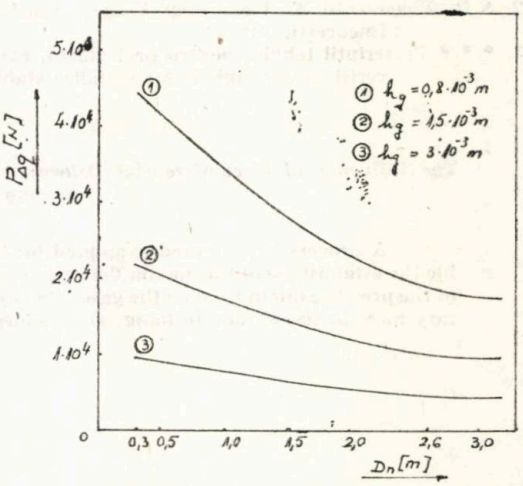


Fig. 9 — Dependența forței suplimentare din șuruburi de diametrul nominal al flanșei

g) avînd în vedere influența importantă asupra etanșeității asamblărilor cu flanșe, problema determinării deformației circumferențiale a inelului flanșei plate trebuie studiată și introdusă în normativele de calcul pentru flanșe.

Notații

A_g — aria garniturii;

$D = \dfrac{E \cdot h_f^3}{12(1-\mu^2)}$ — rigiditatea cilindrică la încovoiere a inelului flanșei;

D_s — diametrul cercului de așezare a șuruburilor;

D_i — diametrul interior al flanșei;

D_e — diametrul exterior al flanșei;

$D_{mg} = \dfrac{d_i + d_e}{2}$ — diametrul mediu al garniturii;

d_i — diametrul interior al garniturii;

d_e — diametrul exterior al garniturii;

E — modulul de elasticitate al materialului flanșei;

E_g — modulul de elasticitate al materialului garniturii;

h_f — grosimea inelului flanșei;

h_g — grosimea garniturii;

P_{s0} — forța de strîngere inițială a șuruburilor;

$P_{s1} = \dfrac{P_{se}}{z}$ — forța dintr-un șurub, în condiții de exploatare;

$P_{se} = F_D + F_G + F_T$ — forța totală din șuruburi în condiții de exploatare [3];

t — distanța dintre două șuruburi consecutive;

z — numărul de șuruburi;

μ — coeficientul lui Poisson;

$\lambda = \dfrac{D_i}{D_s}$.

BIBLIOGRAFIE

1. *A.A. Voloșin, G.T. Grigoriev*, Calculul și construcția asamblărilor cu flanșe, Mașinostroenie, Leningrad, 1972.
2. *S.P. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger*, Teoria plăcilor plane și curbe, Editura Tehnică, București, 1968.
3. * * * Prescripții tehnice pentru proiectarea, execuția, instalarea, exploatarea, repararea și verificarea recipientelor metalice stabile sub presiune (C4—83).

The Influence of Circumferencial Deformation on the Plat Flange Ring to the Sealing

A process is presented exampled for 26 standard flanges ; it makes possible the establishing of the maxim deflection on the plat flange ring circumference, of the pressure diminution on the gasket between two screws and of the supplementary force in screws due to flange ring deformation.

C.Z: 621—752

ON-CONDITION MAINTENANCE OF MACHINERY BASED ON VIBRATION MEASUREMENT AND FREQUENCY ANALYSIS

N. TOMIȚĂ, CRISTINA BELDICA*

The on-condition maintenance method consists of the detection of the faults, without stopping the working process, by means of the periodic measurements and frequency analyses of machinery vibrations. This method leads to the increase of the working process safety and provides high economical benefits. The paper includes two case-histories where the on-condition method has been succesfully applied.

1. Introduction

The method consists of the periodic measurement and the frequency analyses of machinery vibrations in order to facilitate the detection of the faults that may occur, without stopping the working process. Comparatively with the planned maintenance, which consists of fixed-interval overhauls, and with the repairs made after the damaging of the unit, the on-condition maintenance method leads to the increase of the working process safety and provides high economical benefits.

After 8 years of activity, while we performed vibration measurements and frequency analyses for the most important machines of the Synthetical Fibres Works Săvinești-Romania we are in position to affirm that the on-condition maintenance method proves efficiently as long as a good surveillance program is ensured together with a proper instrumentation and a well trained specialized technical staff.

2. Description of the method

Out of the references dealing with this problem and considering the specific features of our units, we choosed as guides for the allowable vibration limits the Recommendation VDI 2056 [1] and the Romanian Standard STAS 6910/1974 [2].

Taking into account the large volume of required measurements and the large number of machines that must be kept under control we

* Eng., Synthetical Fibres Works — Săvinești; Assist., Chair of Strengtb of Materials

considered necessary to solve the following organizational activities :

a) Selecting a list of machines of major importance for the technological process.

b) Keeping a file for each unit, consisting of : the list of the operating parameters, the recorded vibration levels and the wear of the rolling bearings, the mechanical condition control card and all the papers regarding the plant operation and overhauls.

c) To establish a measurement program according to the importance and the features of each machine.

Taking into account that most faults manifest themselves as vibrations transmitted from the rotor assembly to the bearings (see Fig. 1), measurements are carried out on machine bearings, in the radial (vertical and horizontal) and axial directions, as close as possible to the shaft.

In order to ensure a proper comparison between the recorded values, the measurements shall be performed at the same points, (carefully

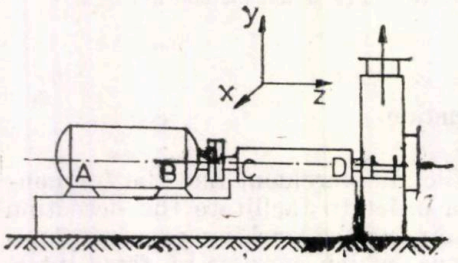


Fig. 1. — The Fan Drawing

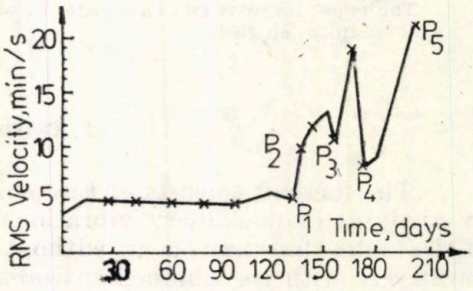


Fig. 2 — The Fan Vibration Evolution

cleaned and marked with a daub of paint), when the unit works under identical operational parameters, using the same measuring instrumentation and in the same manner. These values should be listed in the unit's record keeping card.

În vue of establishing, in due time, the location where the fault may occur and of choosing the proper time to shut down the unit for repair, frequency analyses of vibration should be periodically performed. The interpretation of the data is based upon the time variation on the vibration amplitudes, comparing current data with previously recorded spectrograms (baseline spectra) and using the trouble — shooting charts which relate the frequency of dominant harmonic components with specific faults.

For this purpose we consider the John Sohre chart [3] to be the most complete (and useful).

3. Case histories

And now we shall illustrate the on-condition maintenance method by two applications.

a) *AIR FAN*. This machine has a special importance because its accidental shutdown reduces the global capacity of the installation with

about 40%. According to the working and assembling characteristics of the unit, we enlisted it in the *G* group according to VDI 2056. This fan behaved well, in the normal limits, for a long time so that the velocity amplitude of the highest vibrations recorded in the axial direction of the *D* bearing (Fig. 1) were between 4.5 and 7 mm/s. But, starting with a certain moment on (Fig. 2) during a month time, the recorded values of the velocity amplitude jumped from 7 to 10 mm/s (P_1 to P_2) and eventually they reached 20 mm/s (P_5). Following the curve shape it seemed that a mistake occured at one of the technical revisions. No other further attempt could reduce the vibration level under 8 mm/s.

From that moment we carried out more frequent measurements together with vibration frequency analyses.

The harmonic component with dominant amplitude had the frequency equal to the running speed frequency and equal values for the vertical and axial vibration amplitudes.The lower and the upper harmonics kept unsignificant levels. Making comparison with the baseline spectrum recorded while the fan ran well we noticed that the most significant increase was recorded for the harmonic component with a frequency equal to the rotation frequency. Based upon these data we went on considering the following possible damages : coupling misalignment, the dynamic unbalance of the rotor and the bearing damage. We checked up the coupling alignment and realising that a mechanical intervention at the bearings could not induce a dynamical unbalance we left aside the first two possible hypotheses. We shut down and disassembled the fan and noticed that the shaft came into close contact and rubbed the seal labyrinths of the casing and that the axial and radial bearings had distinct marks of wear. Going on searching for the reasons of these phenomena we found out that : the cap of the axial bearing was wrong assembled with a light lateral displacement due to the missing of an alignment pin ; the casing was out-of-place making possible the contact between the shaft and the seals. The causes of this fault were the vibrations induced by the bearing wear, the stresses brought about by the inlet pipe and the incorrect grounding of the foundation.

b) *AIR BLOWER.* The air blower is driven by an electric motor by means of a wide driving belt. At a certain moment we noticed an increase of the vibration amplitudes of the air blower bearings on horizontal direction, and we presumed again that we are faced with a dynamical unbalance. Performing the frequency analysis, we found out that at the air blower rotating frequency, equal to 10.4 Hz, there was a dominant component in the spectrum (Fig. 3). There was also an important harmonic component at the frequency of 7.4 Hz. We established, by computation, that this frequency is twice the rotating frequency of the belt. After further checks we found out that the air blower shaft had a

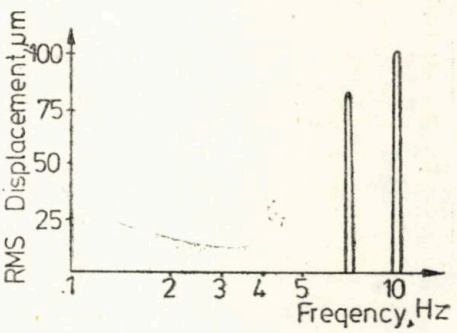


Fig. 3 — The Air Blower Spectrum

radial offset ranging from 0.02 to 0.05 mm between the two bearings and a radial offset of 0.2 mm on that part of the shaft where the pulley is assembled. Moreover we discovered that the two ends of the belt were incorrectly joined. Based on these facts we reached the conclusion that the dynamical unbalance with a 10.4 Hz frequency is due to the bending of the shaft and that the occurence of the frequency of 7.4 Hz in the spectrum is due to the repeated impacts produced when the joint of the belt passes over the air blower pulley. The time affected for the overhaul being too short, we replaced the driving belt and proceeded to the dynamical balancing so that the air blower can work until a new shaft could be manufactured.

4. Conclusions

By means of these two case histories, we wished to emphasise the importance of the vibration frequency analysis for detecting and locating the faults while the machine is working. The economical benefits are obvious and a higher degree of safety in operation is ensured.

REFERENCES

1. VDI-„2056 — „Beurteilungmaßstäbe für mechanische Schwingungen von Maschinen
2. STAS 6910/1974 — Agregate energetice. Vibrații admisibile. Prescripții.
3. *J. Sohre*, Operating Problems With High-Speed Turbomachinery, Causes and Corrections, ASME Petroleum Mechanical Engineering Conference, Dallas, Texas, 1968.

Întreținerea preventivă a utilajelor dinamice pe baza măsurării și analizei în frecvență a vibrațiilor

Metodologia de diagnoză și supraveghere a utilajelor bazată pe măsurarea periodică și analiza în frecvență a vibrațiilor ansamblului rotoric conduce la obținerea unor avantaje economice importante legate de evitarea întreruperilor nejustificate a funcționării mașinilor și la creșterea siguranței în funcționare a acestora.

În lucrare se prezintă două aplicații în care s-a aplicat metodologia expusă, identificîndu-se defecte în funcționare pe baza urmăririi în timp a nivelului de vibrații.

BOOKS

V. Radcenco, M. Grigoriu, T. Duicu, Al. Dobrovicescu, INSTALAȚII FRIGORIFICE ȘI CRIOGENICE/ Refrigerating and Cryogenics Systems, Editura Tehnică, București, 1987, 476 p.

Contents

1. Methods of settling estimation analytical relations of real thermodynamic properties of refrigerating agents;
2. Diagrams and cycles of mechanical vapour compression refrigerating systems;
3. Diagrams and cycles of mechanical gas compression refrigerating systems;
4. Diagrams and cycles of absorption and resorption refrigerating systems;
5. Diagrams and cycles of ejection refrigerating systems;
6. Diagrams and cycles of gas liquefying cryogenics system;
7. Refrigerating volumetric piston compressor;
8. Volumetric piston detentors and turbodetentors;
9. Exchangers for refrigerating systems.

Gh. Iordache, Gh. Ene, M. Rasidescu, UTILAJE PENTRU INDUSTRIA MATERIALELOR DE CONSTRUCȚII/Equipments for the Industry of the Construction Materials, Editura Tehnică, București, 1987, 343 p.

In this work the authors present a series of equipments belonging to the field of industry of construction materials. They treat about the equipments of breaking up the solid materials (crushes and mills); the equipments of classing the polydispersal solid materials (screens, pneumatic separators); aggregates with rotative tambour (furnace, driers, refrigerators) and equipments for processing the ceramic pastes and powders (malaxators, extrusion and pressing machines).

They treat about the functional features of every equipments (scizing angle, debit, etc.), their constructive aspects, the main elements of calculation of resistance and, in the end of every chapter, they, also present some information about the installation, maintenance and reparation of the previous equipments.

V. Jinescu, UTILAJ TEHNOLOGIC PENTRU INDUSTRII DE PROCES VOL. 3, APARATE ȘI MAȘINI PENTRU INDUSTRII DE PROCES/ Tehnological Equipment for the Processing Industries, vol., 3, Devices and Machines for Processing Industries, Editura Tehnică, București, 1988, 403 p.

The first volume of the work, sub-titled „Shells and Thick-Walled Vessels", was issued in 1983, while the second volume — „The Thermomechanics of Shells and Thick-Walled Vessels" — in 1984.

The third volume of the work, Devices and Machines for Processing Industries", deals with the main design and calculus problems of the most important equipment of the vessel-type encountered in the processing industries as well as in centrifugal-type machines.

Thus, this volume presents the design and strength calculus of the thin-and thick-walled vessels, of the column- type apparatus for substance transfer processes, of the heat-transfer equipment, and of the most important types of filtering and sedimentation centrifuges.

This third volume is going to be followed by a fourth volume.

P. Roman, É. Isbăşoiu, C. Balan, PROBLEME SPECIALE DE HIDROMECANICĂ/ Specia Problems in Hydromechanics, Editura Tehncă, Bucureşti, 1987, 316 p.

This book presents the most important aspects of hydraulics with application to hydropneumatic machines and equipment. The reader can get in touch with specific problems concenrning physical properties of fluids, the estimation of high-pressure tanks, the effluent motions in tanks through holes and bores, laminar motions in hydro-dynamical bearings, the estimation of active and resistance forces occuring at the movement of fluids through outfits, the hydraulic estimation of pipes and systems of pipes, the hydraulic estimation and determination of operating conditions for hydraulic machines and equipment.

The, problems are provided with numerical applications and integrally solved.

É. Cazimirovici, S. Samoilescu, CALIBRAREA CILINDRILOR DE LAMINARE/ Calibration of Drafting Rollers, Editura Tehnică, Bucureşti, 1987 354 p.

This work presents the theoretical and practical principles of drafting rollers calibration and the main methods of estimating calibration of drawing-, roughing-, and profiling rollers, and setting the diagrams of reduction when drafting plates, bands and pipes, either under hot or cold conditions.

The book is addressed to engineers working in drafting design technologies workshops and plants, as well as to students from the metallurgic processings department of the Faculty of Metallurgy.

D. Ştefănescu, M. Marinescu, I. Ganea, TERMOGAZODINAMICĂ TEHNICĂ/ Technica Thermogasdynamics, Editura Tehnică, Bucureşti, 1986. 461 p.

Thermogasdynamics is a synthesis between technical thermodynamics and fluid mechanics and approaches complex phenomena connected to energetical transformations of flows.As well, the high flows speed requires the consideration of flow — compressibility, viscosity, friction and distribution and disturbances indicated by shock wave.

The work treats about flow processes, such as : nozzles, diffusers, flow through turboengines blades, jets, etc.

A chapter deals with thermogasdynamical processes in free gas jets (isothermal and non-isothermal, turbulent and non-turbulent), and another with thermogasdynamics of burning processes.

In the last chapter, there are presented methods of experimental study of thermogasdynamical processes.

D.I. Marinescu, A. Tănăsescu, R. Constantinescu, DESFĂŞURAREA SUPRAFEŢELOR ASISTATĂ DE CALCULATOR/ The Surface Development by the Aid of the Computer, Editura Tehnică, Bucureşti, 1987, 221 p.

This book presents comparatively the methods of graphical determination of the parts development both by description geometry methods and analytical methods by the aid of the computer.

In the first part of the book we show the ,,classical'' elements that lead to the obtaining of the development of the surfaces. Then we deal in particular with cylindrical-conical surfaces

that have the greatest applicability in the technical field. We present the simple cylindrical and conical surfaces, as well as their combinations that consist in intersections of the types : cylinder-cylinder, cylinder-cone and cone-cone. By means of particularizations of those general methods and by the aid of the computer programmes presented so far, one can practically obtain the development of any surface intersection of cylindrical-conical surfaces.
The last part of the book contains elements refering to the approximative development of the surfaces that cannot be developed (sphere, hyperboloid) as well as technological indications concerning the impact of the material thickness on the surface developments.

L. Mihăescu, Ê. Cristea, N. Pănoiu, I. Ganea, C. Totolo, ARZĂTOARE TURBIONARE. TEORIE, CONSTRUCȚIE, UTILIZARE/ Swirl-Burners, Editura Tehnică, București, 1986, 446 p.

This work represents a synthesis of the problems arisen by the swirl-burners development.

At first, the role of the swirl-burner in the combustion processes is presented; then there follow the characteristics of fuels used, describing especially the ones in our country. The calculation of combustion process components as well as the principles of swirl birner construction are also considered. A special attention is paid to the swirling jet gasodynamic, explaining the properties of this kind of burners. The mathematical calculation of the combustion process in a limited space in case of the air-fuel mixture, obtained in swirl-burners, is further analysed.

After the theoretical aspects (presented in the previous chapters), the various types of swirl-burners and their construction are briefl y described together with some problems concerning their utilisation.

The technical project elements (given in a next section of the book) are very useful to all specialists dealing with the design, building and running of combustion equipment in choosing and projecting properly the right kind of burner for various purposes.

The last part of the book is devoted to the swirl-burner field of application (combustion chamber of power plant furnaces, household heating furnaces, boilers and industrial furnaces). An up-dated and extensive bibliography enables the reader to approach this subject n detail.

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN 1987—1988

Alexandru Dobrovicescu — Contribuții la studiul proceselor termogazodinamice în sistemele criogenice (7.VII.1987) Conducător științific prof. dr. ing. Alexandru Dănescu

Silvia Ionescu Muscel — Contribuții la cercetarea teoretică și experimentală a stabilizatoarelor de viteză din aparatele de redare a sunetului (12.IX.1987).-

Marina Iosif — Contribuții la optimizarea mecanizării și automatizării operațiilor de vidare, îmbuteliere și transport a recipientelor cu gaze lichefiate în industria petrolieră (24.X.1987) Conducător științific academician Radu Voinea

Ioana Goleșteanu — Intensificarea arderii prafului de cărbune cu ajutorul ultrasunetelor (14.XI. 1987) Conducător științific prof. ing. Mircea Postelnicescu

Mircea Bobosilă — Contribuții la studiul sistemelor de sfărîmare a bulgărilor de pămînt și separării tuberculilor de cartofi de pietre și alte corpuri străine la combinatele de recoltat (19.XII.1987) Conducător științific prof. dr. ing. Marcel Segărceanu

Ioan Dan Filipoiu — Contribuții asupra îmbunătățirii capacității portante a transmisiilor armonice dințate (26.III.1988) Conducător științific prof. dr. docent Dan Pavelescu

Gheorghe Stoica — Studiul și perfecționarea mașinilor de măsurat în coordonate (22.IV.1988) Conducător științific prof. dr. docent Traian Demian

Petar Pasatovic — Cercetări privind aplicațiile reductoarelor armonice în roboți industriali (30.IV.1988) Conducător științific prof. dr. docent Traian Demian

Ioan Ganea — Schimbul de căldură și de masă în jeturi turbulente (1.VI.1988) Conducător științific prof. dr. docent Victor Pimsner

Constantin Nițu — Studiul și perfecționarea sistemelor de imprimare prin impact (23.VI.1988 Conducător științific prof. dr. docent Traian Demian

MŰSZAKI INFORMÁCIÓS IRODALOM 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
ELECTROTEHNICA, ENERGETICA, AUTOMATICA-CALCULATOARE, ELECTRONICA, MECANICA, CONSTRUCŢII DE MAŞINI TRANSPORTURI-AERONAVE, CHIMIE, METALURGIE

apare în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physiques pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭНЕРГЕТИКА, АВТОМАТИКА-СЧЕТНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, ЭЛЕКТРОНИКА, МЕХАНИКА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, ТРАНСПОРТ—САМОЛЕТОСТРОЕНИЕ ХИМИЯ, МЕТАЛУРГИЯ

продолжает прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Bulètinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
ELECTROTECHNICS, ENERGETICS, AUTOMATIC CONTROL-COMPUTERS, ELECTRONICS, MECHANICS, MACHINE BUILDING, TRANSPORT-AERONAUTICS, CHEMISTRY, METALLURGY

The Bulletin continues the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti"

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
ELECTROTECHNIQUE, ENERGETIQUE, AUTOMATIQUE-ORDINATEURS, ELECTRONIQUE, MECANIQUE, CONSTRUCTIONS MECANIQUES, TRANSPORTS-AERONAUTIQUE, CHIMIE, METALLURGIE

continues les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
ROMÂNIA

Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356

Lei 35